2nde 8 ~ CALCUL VECTORIEL ET GEOMETRIE PLANE des équivalences (et autres situations) à bien connaître

Commentaire	Affirmation vectorielle		Affirmation géométrique
Un vecteur égal au vecteur nul	$\overrightarrow{AM} = \vec{0}$	équivaut à :	A = M (les points M et A sont confondus)
Egalité de 2 vecteurs	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	équivaut à :	ABDC est un parallélogramme
Egalité de 2 vecteurs	$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$	équivaut à :	M =B (les points M et B sont confondus)

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un réel non nul, l'écriture $k\vec{u}$ désigne un vecteur qui a la direction de $\vec{u}$, le sens de $\vec{u}$ si k > 0, et le sens de $-\vec{u}$ si k < 0, et sa norme est la valeur absolue de k multipliée par la norme de $\vec{u}$.
NB :Si $\vec{u} = \vec{0}$ ou k = 0 alors $k\vec{u} = \vec{0}$. Réciproquement, si $k\vec{u} = \vec{0}$, alors $\vec{u} = \vec{0}$ ou k = 0

Commentaire	Affirmation vectorielle		Affirmation géométrique
Colinéarité de 2 vecteurs	k est un réel , $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{CD}$	équivaut à :	les droites (AB) et (CD) sont parallèles
Colinéarité de 2 vecteurs	k est un réel , $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$	équivaut à :	A, M, B sont alignés
Colinéarité de 2 vecteurs	avec en plus : $0 \le k \le 1$	équivaut à :	M est sur le segment [AB]
Colinéarité de 2 vecteurs	ou bien avec en plus : $k \ge 0$	équivaut à :	M est sur la demi-droite [AB]
On considère que le vecteur nul (qui n'a pas de direction !) est colinéaire avec tout vecteur !			
le coefficient ½ bien placé	$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$	équivaut à :	M est le milieu du segment [AB]
Chasles	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$		Vrai pour des points A, B, et C **quelconques**
Règle du parallélogramme	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$	équivaut à :	ABDC est un parallélogramme
(très utile)	$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$	équivaut à :	I est le milieu du segment [AB]
	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$	équivaut à :	G est le centre de gravité du triangle ABC
Norme	$\Vert\overrightarrow{AM}\Vert = r$ (r est un réel positif)	équivaut à :	M est un point du cercle C(A , r) (cercle de centre A et de rayon r)

Repère du plan

Trois points non alignés [ou bien **un point et deux vecteurs non colinéaires**] définissent un repère du plan

L'égalité vectorielle : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ [$\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont deux vecteurs non-colinéaires] …	… signifie que le vecteur $\overrightarrow{OM}$ à pour coordonnées (x,y) dans la base ($\vec{i}$, $\vec{j}$) ou bien que le point M a pour coordonnées (x,y) dans le repère (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)
A(a,a') et B(b ;b') dans un repère (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$):	Alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (b-a ; b'-a') dans la base ($\vec{i}$, $\vec{j}$)
En particuliers, le vecteur nul a pour coordonnées (0 ; 0)	

Soit $\vec{u}$ (x,y) et $\vec{v}$ (x',y') dans une base, et k un réel, alors….	$\vec{u} + \vec{v}$ (x+x' ; y+y')	$k\vec{u}$ (kx ; ky)

Soit $\vec{u}$ (x,y) et $\vec{v}$ (x',y') dans une base	$\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$	$\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$	$\vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \end{cases}$

Si <u>en plus</u> la base **<u>est orthonormale</u>**	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux signifie :	xx' + yy' = 0
Et :	La norme du vecteur $\vec{u}$ est :	$\Vert\vec{u}\Vert = \sqrt{x^2 + y^2}$
Et en particulier si on pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$	La longueur du segment [AB] (ou la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$) est :	$AB = \Vert\overrightarrow{AB}\Vert = \sqrt{(b-a)^2 + (b'-a')^2}$

A(a,a') et B(b ;b') dans un repère (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$):	Le milieu du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{a+b}{2};\frac{a'+b'}{2}\right)$ dans le repère (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)