

- ♦ **Vocabulaire** : On parle d'**équation**, chaque fois qu'on a une **ÉGALITÉ** où apparaît un (ou parfois plusieurs) nombre inconnu (l'INCONNUE). Derrière une équation se cache une question : quelles sont les valeurs de l'inconnue qui **VÉRIFIENT** cette équation ? Ce sont les **SOLUTIONS** de l'équation.

Exemple : $2x^2 + 1 = 3(x - 2)^2$ est une équation d'inconnue x . 1 est solution car 1 vérifie cette équation [en effet : $2 \times 1^2 + 1 = 3(1-2)^2$], mais 2 ne l'est pas [en effet : $2 \times 2^2 + 1 \neq 3(2-2)^2$].

RÉSoudre une équation, c'est trouver **TOUTES** ses solutions.

On désigne souvent par la lettre S l'ensemble des solutions d'une équation.

Habituellement, on résout dans $\mathbb{R}$, mais on peut limiter la recherche des solutions aux valeurs entières par exemple. On dit alors qu'on « résout dans $\mathbb{N}$ ».

Ce vocabulaire s'étend aux inéquations.

- ♦ **Équations à savoir reconnaître, éventuellement après quelques transformations** (voir aussi page 125):
 - ❖ l'équation $ax + b = 0$ [où a et b sont 2 réels avec $a \neq 0$] est appelée : **équation du premier degré** en x . Cette équation admet exactement une solution : $-\frac{b}{a}$. (NB : si $a = 0$, il faut regarder de plus près !)

Ex₁ : l'équation : $2x - 3 = 0$ admet pour unique solution le nombre : $\frac{3}{2}$. On écrit habituellement : $S = \{\frac{3}{2}\}$

Ex₂ : l'équation $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)^2$ admet exactement une solution : 1. On écrit habituellement : $S = \{1\}$

- ❖ **L'équation $x^2 = a$** avec a réel donné.

Ex₃ : $(x-1)^2 = 4$ a exactement deux solutions : 3 et -1. On écrit habituellement : $S = \{3; -1\}$

Ex₄ : $2(3-x)^2 + 5 = 0$ n'a pas de solution !

- ❖ **« équation produit »**

Ex₅ : L'équation : $(x - 1)(2x + 3) = 0$ admet exactement 2 solutions : 1 et $-\frac{3}{2}$. On écrit habituellement : $S = \{1; -\frac{3}{2}\}$

Ex₆ : L'équation $2(x^2 - 5)(2x - 4)(x^2 + 1) = 0$ admet exactement 3 solutions : $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$ et 2. On écrit : $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}; 2\}$

- ♦ Lorsque l'inconnue apparaît au dénominateur, il est bon (en seconde) de « déterminer les contraintes », c'est à dire la liste des valeurs que ne peut pas prendre l'inconnue (ce sont les « valeurs interdites »)

Exemple : l'équation $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x}$ admet exactement une solution : 1 [$x = x^2$ a bien deux solutions 1 et 0, mais 0 est « interdite » !]

- ♦ Depuis la 3^{ème} vous savez résoudre les inéquations du type $ax + b > 0$. Vous savez représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée ou (mieux en seconde !) par des intervalles. Exemple : L'inéquation $2x - 6 > 0$ admet pour solutions tous les réels strictement supérieurs à 3. On écrit $S =]3; +\infty[$



- ♦ En seconde, vous devez savoir donner très rapidement le **signe du réel $ax + b$** suivant les valeurs de x (dans un tableau), au moins par deux méthodes :
 - ❑ En regardant le signe de $ax + b$ pour une valeur (simple !!) de x .
 - ❑ En regardant le signe du coefficient de x (le signe du réel a). Cette deuxième méthode est à mettre en relation avec les propriétés de fonction (ou des droites) : La fonction $x \mapsto ax + b$ est croissante sur $\mathbb{R}$ quand a est positif (décroissante si $a < 0$), ou bien la droite d'équation $y = ax + b$ « monte » quand son coefficient directeur a est positif (elle descend si $a < 0$)

- ♦ Utiliser un **tableau de signes**. Exemple voir page 126. Ici savoir « factoriser » est indispensable.

- ♦ Inéquation, cas général (en seconde) : On se ramène à l'étude du signe d'un produit (voir page 140) ou d'un quotient (voir page 141).

- ♦ **Résoudre graphiquement** une équation ou une inéquation, c'est lire sur un graphique des valeurs approchées des solutions.

Retenez que ce type de résolution ne peut que vous donner une valeur approchée des solutions (sauf cas particulier). Si on connaît $f(x)$ on peut parfois vérifier si la valeur lue est exacte ou approchée.

Si f et g sont des fonctions, C_f et C_g leurs représentations graphiques dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, alors il y a plusieurs situations à reconnaître rapidement, parmi lesquelles :

- Les solutions de $f(x) = k$ (k est un réel donné) sont les abscisses des points de C_f dont l'ordonnée vaut k .
- Les solutions de $f(x) < k$ sont les abscisses des points de C_f dont l'ordonnée est inférieure à k . (voir exemple 1 page 142)
- Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points communs aux deux courbes. (voir exemple 2 page 142)
- Les solutions de $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points pour lesquels C_f est en dessous de C_g

- ♦ La principale utilisation des équations et inéquations est la **résolution de problèmes**. Vous savez que la rédaction de la solution d'un problème doit faire apparaître quatre étapes : choix des inconnues, mise en équation, résolution des équations puis retour au problème (voir exemple 2 page 145) ; N'oubliez pas que la première et la dernière sont les plus importantes !