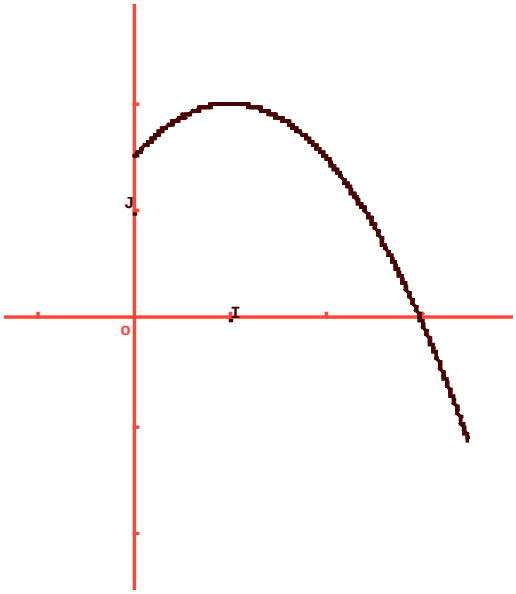
2nde 8 ~ Mathématiques ~ DS N° 3, fait en classe le 17 novembre 2003 ~ 1h ~ FONCTIONS

Exercice 1 : (*3,5 points c'est à dire 7 fois 0,5*)

1ère partie.

On donne ci-joint la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormal (O, I, J) du plan ; *Vous savez qu'on ne peut lire sur une courbe que des valeurs approchées, mais ici on fera comme si elles étaient exactes !De plus, on vous donne les coordonnées de quelques points de la courbe.*



Par lecture graphique (*on ne demande aucune justification*) déterminer :

1) l'ensemble de définition de f.
2) l'image de 1, l'image de $\frac{5}{2}$.
3) le ou les antécédents de $\frac{3}{2}$.
4) les réels x qui vérifient f(x) < 0
5) résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq \frac{3}{2}$.
6) l'ensemble des réels qui ont au moins un antécédent par f.
7) l'ensemble des réels qui ont exactement un antécédent par f.

Exercice 1 : (*12 points c'est à dire : 1 + 0,5 +(4 + 4 + 1) + 1,5*)

On note f la fonction définie sur $[-\frac{1}{2};\frac{9}{2}]$ par : $f : x \longmapsto -x^2 + 6x - 5$

1- Vérifier que pour $x \in [-\frac{1}{2};\frac{9}{2}]$ on a : $f(x) = 4 - (3-x)^2$ et aussi $f(x) = (x-1)(5-x)$. *Dans la suite , vous utiliserez pour f(x), l'expression de votre choix !*

2- La fonction f n'est pas paire. Donnez en une raison claire !

3- On se propose d'établir le tableau de variation de cette fonction. Pour cela nous allons distinguer deux intervalles, et nous profiterons de cette situation pour utiliser les deux méthodes classiques !

I- Utiliser les théorèmes de rangement, pour étudier les variations de f sur $[-\frac{1}{2};3]$. *Après avoir introduit convenablement deux réels, vous ferez apparaître une succession d'inégalités que vous justifierez par des propriétés connues*

II- a- Montrer que si x et x' sont deux réels supérieurs à 3 , alors le nombre 6 - (x + x') est négatif.

b- x' et x sont deux réels. Montrer que la différence : $(3-x')^2 - (3-x)^2$ peut se factoriser en $[6-(x+x')][x'-x]$

c- On veut étudier les variations de f sur $[3;\frac{9}{2}]$. Dans ce but, vous introduirez deux réels x et x' à préciser, puis vous factoriserez la différence f(x') – f(x) [*vous pourrez utiliser le résultat du II-b*], et enfin vous conclurez [*vous pourrez utiliser le résultat du II-a*]

III. Déduire des questions I et II le tableau de variation [*complet* ! !] de f. Quel est le minimum de f sur $[-\frac{1}{2};\frac{9}{2}]$?

4- On se place dans un dans un repère orthonormal. Trouver par un calcul, les abscisses des points où la représentation graphique de f coupe l'axe des abscisses.

Exercice 3 : (*4,5 points c'est à dire 6 fois (0.25 (réponse)+ 0.5(explication)))*

Voici le tableau de variation d'une fonction f, définie sur [– 6 ; 2]

x	–6		–3		2
f (x)	2	↗	5	↘	-3

Pour chacune des affirmations suivantes, vous direz si elle est vraie ou fausse ou s'il est impossible de savoir, en justifiant chaque fois par une référence à une « chose lue » sur le tableau de variation.

1) f (1) < f (0)
2) f (5) = – 3
3) 0 n'a pas d'antécédent par f
4) f(-5) < f(2)
5) La fonction f est croissante sur [2 ; 5]
6) Pour tout réel a et tout réel b de [0 ; 1] tels que $a \leq b$, on a : $f(a) \geq f(b)$.