

Exercice 1 (3 points)

Résoudre le système : $\begin{cases} -2x+5y=4 \\ x-2y=-1 \end{cases}$. En déduire les solutions du système : $\begin{cases} -2x^2+5y^2=4 \\ x^2-2y^2=-1 \end{cases}$

Exercice 2 (2 points)

Vérifier que le couple $(\sqrt{3}; \sqrt{2})$ est solution du système : $\begin{cases} 3\sqrt{2}x+4\sqrt{3}y=7\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x+2\sqrt{2}y=7 \end{cases}$

Avez-vous résolu ce système ? (Contentez-vous de répondre par oui ou non avec une explication)

Exercice 3 (3 points)

a- Calculer : $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$
 b- On dit qu'un point A est « visible » depuis l'origine lorsqu'il n'existe aucun point à **coordonnées entières** sur le segment [OA].

Dans un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on donne le point A $(\frac{3(\sqrt{2}+1)}{2}; \frac{2}{\sqrt{2}-1})$. Le point A est-il « visible »

depuis l'origine (on commencera par chercher le coefficient directeur de la droite (OA) et on s'aidera d'un schéma !) NB : J'attends bien sûr des explications !

Exercice 4 (3 points)

1- Dans un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), [Prendre 1 cm ou 1 carreaux pour unité] tracer la droite d

d'équation $y = \frac{-1}{3}x + 1$.

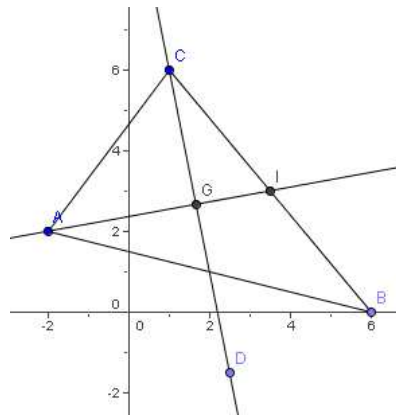
2- Tracer ensuite la droite d' image de d par la symétrie de centre A(2 ; 1). Déterminer une équation de d'. La méthode est à votre convenance, mais quelques explications s'imposent !

Exercice 5 (4 points)

Dans un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on donne 4 points A(-2 ; 2) ; B(6 ; 0) ; C(1 ; 6) et D(5/2 ; -3/2). On note I le milieu du segment [BC]. La droite (CD) coupe la droite (AI) en un point G.

a- Pour gagner du temps, je vous donne les équation de deux droites : équation de (AI) : $2x - 11y = -26$.
 équation de (CD) : $5x + y = 11$. Calculer les coordonnées de G.

b- G est-il le centre de gravité du triangle ABC ?

**Exercice 6** (2 points)

a- La médiane de la série formée par les 8 plus petits nombres premiers, est elle un nombre premier ?? (Justifier !)
 b- Même question avec 1543 à la place du 8 ?

Ne traiter qu'un seul des deux exercices suivants :**Exercice 7-1** (3 points)

Voici quelques informations relatives à une série statistique qui donne les salaires en € d'une entreprise : Exactement 124 salariés gagnent moins de 1500€ et exactement 140 gagnent moins de 1700€. On vous dit que la valeur de la médiane calculée par interpolation linéaire (à partir des valeurs données ci-dessus) est 1575. Combien y a-t-il de salariés dans cette entreprise ? (quelle que soit votre réponse, c'est le raisonnement qui est valorisé ! Il est bon de faire un schéma !)

Exercice 7-2 (3 points)

Dans un groupe l'âge moyen est 40 ans. L'âge moyen des hommes est 35 ans et l'âge moyen des femmes est 50 ans. Dans quels rapport sont les effectifs des hommes et des femmes ? (vous préciserez les notations que vous utiliserez et vous ferez en sorte que je comprenne comment vous raisonnez !)

Exercice 1 (3 points)

Résolvons le système : $\begin{cases} -2x+5y=4 \\ x-2y=-1 \end{cases}$. Le déterminant vaut -1 ce qui nous assure l'existence d'un couple solution unique. On trouve $S_1 =$

$\{(3; 2)\}$.

Pour résoudre le système : $\begin{cases} -2x^2+5y^2=4 \\ x^2-2y^2=-1 \end{cases}$, on pose $X = x^2$ et $Y = y^2$. Le résultat précédent montre que les solutions de ce système sont les

couples (x ; y) tels que $x^2 = 3$ et $y^2 = 2$. Ce système admet donc 4 couples solution : $S_2 = \{(\sqrt{3}; \sqrt{2}); (-\sqrt{3}; \sqrt{2}); (\sqrt{3}; -\sqrt{2}); (-\sqrt{3}; -\sqrt{2})\}$.

Exercice 2 (2 points)

Le couple $(\sqrt{3}; \sqrt{2})$ est bien solution du système : $\begin{cases} 3\sqrt{2}x+4\sqrt{3}y=7\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x+2\sqrt{2}y=7 \end{cases}$ (il suffit de vérifier)

Le déterminant de ce système est nul et nous connaissons un couple solution, il y en a donc une infinité ! Nous n'avons pas résolu le système.

Exercice 3 (3 points)

a- Calculons : $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = 2 - 1 = 1$.

b- Soit le point A $(\frac{3(\sqrt{2}+1)}{2}; \frac{2}{\sqrt{2}-1})$. Nous pouvons chercher le coefficient directeur de la droite (OA). $\frac{2}{\sqrt{2}-1} \times \frac{2}{3(\sqrt{2}+1)} = 4/3$.

La droite (OA) a pour équation $y = 4/3 x$ et le point B(3, 4) est sur (OA). En plus il est entre O et A car son abscisse est entre 0 et celle de A. A n'est pas « visible depuis l'origine » !

Exercice 4 (3 points)

1- Traçons la droite d d'équation $y = \frac{-1}{3}x + 1$.

2- Pour tracer ensuite la droite d' image de d par la symétrie de centre A(2 ; 1), on peut choisir deux points « simples » de d et chercher leurs images par cette symétrie. Par exemple le point de coordonnées B(3 ; 0) a pour symétrique B'(1 ; 2) et celui de coordonnées C(0 ; 1) a pour symétrique C'(4 ; 1). Il reste à trouver une équation de (CC'). On obtient son coefficient directeur par le calcul habituel, mais si on sait que l'image d'une droite dans une symétrie centrale est une droite parallèle, on sait déjà que ce coefficient directeur est -1/3. Son équation est de la forme $y = -1/3 x + P$ et en écrivant que C'(4 ; 1) est sur cette droite on obtient $p = 7/3$. L'équation de d' est donc $y = -1/3 x + 7/3$ ou si vous préférez : $x + 3y = 7$.

Exercice 5 (4 points)

Soit 4 points A(-2 ; 2) ; B(6 ; 0) ; C(1 ; 6) et D(5/2 ; -3/2). On note I le milieu du segment [BC]. La droite (CD) coupe la droite (AI) en un point G.

c- On nous donne les équation de deux droites : équation de (AI) : $2x - 11y = -26$. équation de (CD) : $5x + y = 11$. Les coordonnées de G sont le couple solution du système : $\begin{cases} 2x - 11y = -26 \\ 5x + y = 11 \end{cases}$. Le déterminant vaut 57, ce qui montre que les deux

droites sont bien sécantes (!!) Le calcul donne G(5/3 ; 8/3)

d- Pour savoir si G est le centre de gravité du triangle ABC, nous avons diverses méthodes. Par exemple voir si la droite (CG) est bien une médiane : On calcule les coordonnées du point d'intersection avec (BA). On trouve un point K(2 ; 1) dont l'observation des coordonnées montre qu'il est le milieu de [BA].

On peut aussi voir si la condition vectorielle qui caractérise le centre de gravité (ici $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AK}$) est bien vérifié. Un calcul sur les

coordonnées établit cette égalité. On peut conclure.

Exercice 6 (2 points)

a- La médiane de la série formée par les 8 plus petits nombres premiers, est la moyenne entre le 4^{ème} et le 5^{ème} nombre premier, c'est à dire (7+11)/2 soit 9 qui n'est pas un nombre premier !

b- Avec 1543 à la place du 8 la médiane est le 772^{ème} nombre premier ... c'est bien un nombre premier !

Exercice 7-1 (3 points)

Exactement 124 salariés gagnent moins de 1500€ et exactement 140 gagnent moins de 1700€. Si on veut calculer la médiane par

interpolation linéaire, il nous manque son rang. Soit n ce rang. Le calcul permet d'écrire : $\frac{1700-1500}{140-124} = \frac{\text{Med}-1500}{n-124}$. Comme on sait

que Med = 1575, on arrive à une équation d'inconnue n dont la solution est $n = 124 + 16 \times 75 / 200 = 130$. La médiane étant la 130^{ème} valeur on peut dire qu'il y a 260 (ou 261) salariés dans cette entreprise.

Exercice 7-2 (3 points)

Soit h le nombre d'hommes et f le nombre de femmes de ce groupe. On nous demande le rapport f/h (ou h/f !). L'âge moyen (40) est donc la moyenne : $(35h + 50f)/(h+f)$. Si on divise numérateur et dénominateur par h on obtient une équation dont l'inconnue est f/h : $(35 + 50f/h)/(1 + f/h) = 40$ c'est à dire $35 + 50f/h = 40(1 + f/h)$. L'unique solution est $f/h = 1/2$. Il y a 2 fois plus d'hommes que de femmes dans ce groupe.

