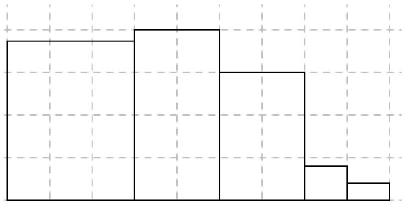
2^{nde} 15 ~ Mathématiques ~ DS N° 5 fait en classe le 19 mars 2007 ~ 1h.

Exercice 1 **(1,5 + (1+1+2,5+2+1))**

1- **(Colinéarité)** m est un réel. Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ on donne les points A (6; 28) B(10 ; 48) et P (m ; 35). Pour quelle(s) valeur(s) du réel m les trois points A, B et P sont-ils alignés ?

2- **(Statistiques de 3ème)** Dans un village les âges des habitants mineurs se répartissent de la façon suivante :

Classe d'âges	[0 ; 6[	[6 ; 10[	[10 ; 14[	[14 ;16[	[16 ; 18[
effectif	28	20	15	4	2



a- L'histogramme suivant est-il correct ? Si oui dites pourquoi ; Si non rectifiez le schématiquement.

b- Dans quelle classe se situe la médiane ? Pourquoi ne peut-on pas connaître sa valeur ? **(Interpolation linéaire)** En donner une valeur approchée par interpolation linéaire. (voir un lien avec la question 1-)

c- **(Comprendre un texte)** On appelle « 3ème quartile » et on note Q3 « la plus petite valeur de la série telle que 75% au moins des données sont inférieures ou égales à Q3 » (NB : vous apprendrez cette définition en première, toutes séries. Sachant que les 15 enfants de la classe [10 ; 14[ont les âges donnés par le tableau suivant, trouvez le 3ème quartile de la série des âges des enfants de ce village.

10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13

3- **(moyennes)** Dans un groupe l'âge moyen est 40 ans. L'âge moyen des hommes est 35 ans et l'âge moyen des femmes est 50 ans. Dans **quel rapport** sont les effectifs des hommes et des femmes ? (*Vous préciserez* ***les notations*** *que vous utiliserez, vous ferez apparaître une « équation » dont vous chercherez à tirez une réponse. Dans tous les cas, vous ferez en sorte que je comprenne comment vous raisonnez* !)

4- **(Calculatrice)** On considère une famille de nombre composée de un « 1 », deux « 2 », trois « 3 » etc. jusqu'à dix « 10 ». à l'aide de votre machine calculez le nombre de valeurs, leur moyenne et leur médiane.

Exercice 2 **{2 + (0,5 + 1 + [0,5+0,5+1,5])}**

1- On donne, dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}; \vec{j})$, les points A(0 ; 2), B (3 ; 1) et C (17 ; 48)
Le point C est-il un point de la médiatrice du segment [AB] ?

2- A, B et C sont trois points non alignés. I est le milieu du segment [BC], J celui du segment [AI]. La droite (BJ) coupe la droite (AC) en un point K.

a- Pourquoi $(B ; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$ est-il un repère du plan ?

b- Donner (sans justification) les coordonnées des points A, B, C, I, et J dans ce repère $(B ; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$.

c- On se propose de calculer les coordonnées du point K.

1. Pourquoi est-on sûr qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AC}$?
2. En déduire les coordonnées de ce point K en fonction de ce réel k.
3. Écrire maintenant une condition sur k pour que le point K soit un point de la droite (BJ). Résoudre l'équation obtenue et conclure.

Exercice 3 **(1(***1 pour 3 rep. Justes, 0,5 pour seulement 2, 0 pour 1 seule***) + 1 + 3)**

x	-∞	-2		0		2		+∞
Signe de A(x)	+	0	-	‖	-	0	+	

a- A(x) est une expression que l'on ne précise pas, mais on vous dit que le signe de l'expression A(*x*) est donné par le tableau ci-contre :

Reproduire tout ou partie du tableau suivant et le compléter par « VRAI » ou « FAUX » **sans justification** (*Observez simplement le premier tableau*).

Q1	Le signe de A(x) quand x = $\sqrt{3}$+1 est positif	
Q2	Le signe de A(x) quand -1,5 < x < -0,5 est négatif	
Q3	L'ensemble des solution de A(x) < 0 est]-2 ;2[	

b- On veut résoudre l'inéquation (3x + 2) (4 - x) > 0
Reproduire et compléter le tableau ci-contre et donner l'ensemble S des solutions.

x	
3x+2	
4-x	
(3x+2) (4-x)	

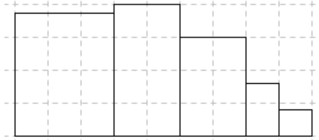
c- Résoudre l'inéquation suivante $x \geq \frac{1}{x}$ et écrire l'ensemble des solutions : (*On laissera apparents tous les calculs utiles et on donnera quelques explications*.)

2^{nde} 15 ~ Mathématiques ~ CORRECTION du DS N° 5 fait en classe le 19 mars 07 ~ 1h.

Exercice 1 Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ on donne les points A (6; 28) B(10 ; 48) et P (m ; 35). les trois points A, B et P sont alignés ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AP}$ sont colinéaires. Nous avons : $\overrightarrow{AB}$ (4 ;20) et $\overrightarrow{AP}$ (m-6 ;7). La condition de colinéarité (xy'-yx'=0) s'écrit ici : 28 – 20(m-6) = 0 c'est à dire m = 7,4.

2- Dans un village les âges des habitants mineurs se répartissent de la façon suivante :

Classe d'âges	[0 ; 6[	[6 ; 10[	[10 ; 14[	[14 ;16[	[16 ; 18[
effectif	28	20	15	4	2



a- L'histogramme proposé n'était pas correct. Les deux derniers rectangles doivent être deux fois plus hauts (ils sont deux fois moins larges !). Voici le « bon » histogramme.

b- La médiane se situe dans la classe [6 ; 10[. On ne peut-on pas connaître sa valeur car on ne connaît pas la 35ème valeur (pas plus que les autres !). Une valeur approchée par interpolation linéaire est donnée à la question 1 (OUI ???). C'est med = 7,4.

c- 75% de 69 serait 51,75. Pour avoir « au moins » 75% des valeurs en dessous de Q3, nous prendrons pour Q3 la 52ème qui est la 4ème du tableau proposé (car 52-48=4). On a donc Q3 = 11.

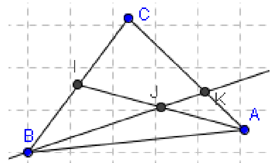
3- Soit h le nombre d'hommes et f le nombre de femmes. La population totale est donc h + f. et l'énoncé permet d'écrire l'égalité : 40(f+h) = 35h + 50f. N'oublions pas qu'on ne demande que le « rapport h/f ». Il suffit donc de transformer notre égalité en 10f = 5h ce qui donne h/f = 2. Il y a deux fois plus d'hommes que de femmes.

4- On considère une famille de nombre composée de un « 1 », deux « 2 », trois « 3 » etc. jusqu'à dix « 10 ». La machine donne : Nombre de valeurs : 55 ; Moyenne : 7 ; Médiane : 7

Exercice 2

1- On donne les points A(0 ; 2), B (3 ; 1) et C (17 ; 48). Pour montrer que le point C est (ou non) un point de la médiatrice du segment [AB], il suffit de comparer les longueurs AB et AC. On obtient : $\overrightarrow{AC}$ (17 ; 46) et $\overrightarrow{BC}$ (14 ; 49).On en déduit $AC^2 = 17^2 + 46^2 = 2405$ et $BC^2 = 2597$. Les deux longueurs sont donc différentes, C n'est pas sur la médiatrice du segment [AB].

2- A, B et C sont trois points non alignés. I est le milieu du segment [BC], J celui du segment [AI]. La droite (BJ) coupe la droite (AC) en un point K. (voir figure)



a- $(B ; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$ est un repère du plan simplement car les trois points A, B, et C sont « non-alignés ».

b- Voici les coordonnées des points A, B, C, I, et J dans ce repère $(B ; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$: A(1,0) ; B(0 ;0) ; C(0 ;1) ;I(0 ; 1/2) ; J(1/2 ; 1/4).

c- On se propose de calculer les coordonnées du point K.

4. Il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AC}$ car K est un point de la droite (AC).
5. Les coordonnées (x_K ; y_K) de ce point K Vérifient donc le système : $\begin{cases} x_K - 1 = k(0-1) \\ y_K - 0 = k(1-0) \end{cases}$ c'est à dire x_K = 1-k et y_K = k.
6. Écrivons maintenant une condition sur k pour que le point K soit un point de la droite (BJ). Par exemple, les vecteurs $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{BK}$ sont colinéaires. Nous avons : $\overrightarrow{BJ}$ (1/2 ; 1/4) et $\overrightarrow{BK}$ (1-k ; k). La condition de colinéarité donne : 1/2 k – 1/4 (1-k) = 0 c'est à dire k = 1/3.

Exercice 3

a-

Q1	Le signe de A(x) quand x = $\sqrt{3}$+1 est positif	V
Q2	Le signe de A(x) quand -1,5 < x < -0,5 est négatif	V
Q3	L'ensemble solution de A(x) < 0 est]-2 ;2[	F

b- On veut résoudre l'inéquation (3x + 2) (4 - x) > 0
On se souvient que ax+b s'annule pour x = -b/a et que son signe dépend du signe de a (-0+ si a>0 et +0- si a<0.)
Ici S =]-2/3 ; 4[.

x		-2/3		4	
3x+2	-	0	+		+
4 -x	+		+	0	-
(3x+2) (4-x)	-	0	+	0	-

c- Résoudre $x \geq \frac{1}{x}$. Nous avons les équivalences : $x \geq \frac{1}{x} \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{x} \geq 0$ On peut alors faire un tableau de signe comme ci-dessus. On obtient le tableau de signe ci-contre :

x		-1		0		1	
x-1	-		-	0	+		+
x+1	-	0	+		+		+
x	-		-	0	+		-
$\frac{(x-1)(x+1)}{x}$	-	0	+	‖	+	0	-

On peut conclure : S = [-1 ; 0[∪ [1 ; +∞ [.

NB : Si on ne raisonne pas par équivalences, il est souhaitable de préciser avant tout calcul que 0 est « une valeur interdite ».
NB : Vous DEVEZ êtes en mesure de tracer les représentations graphiques des fonctions inverses et x ↦ x , puis de « voir » les solutions (OUI ?)