Lycée Saint Sernin ~ MATHÉMATIQUES
SUJET du devoir commun aux classes de seconde
Mardi 3 février 2004 ~ 110 min.

Exercice 1 : Fonctions (8 points)

Un laboratoire réalise des expériences de réchauffement et de refroidissement de différentes matières.
En annexe 1, la courbe dessinée représente la fonction f donnant la température (en °C) en fonction du temps x (en min) lors d'une première expérience.

I. Etude graphique de la fonction f (3,5 points)

Dans cette partie, vous répondrez directement par simple lecture graphique

a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
b) Déterminer les images de 0 ; $\frac{13}{2}$ et 11.
c) Résoudre $f(x)=4$ puis $f(x)=11$.
d) Construire le tableau de variation de la fonction f.
Résoudre $f(x)\geq 4$ et expliquer par une phrase sa signification dans l'expérience.

Le laboratoire réalise une deuxième expérience. La température est maintenant liée au temps x par la fonction g qui, à tout réel x de [0 ; 12] , associe $g(x)=-\frac{1}{7}x^2+\frac{16}{7}x+\frac{13}{7}$.

II. Etude de la fonction g (3,75 points)

a) Vérifier que $g(x)=-\frac{1}{7}(x-8)^2+11$
b) Montrer que la fonction g est croissante sur [0 ; 8] **en justifiant chaque étape du raisonnement**.
c) Compléter le tableau de valeurs se trouvant sur la feuille annexe. Les valeurs seront données à 0,1 près.
d) On admet que la fonction g est décroissante sur [8 ; 12].
Construire le tableau de variations de g pour x appartenant à [0 ; 12].
e) La fonction g admet-elle un maximum ? Si oui, pour quelle valeur de x est-il atteint et combien vaut ce maximum ?
f) Construire C_g la courbe représentative de g sur le graphique donné en annexe (le même que C_f)

III. Comparaison des deux fonctions (0,75 points)

a) Résoudre graphiquement $f(x)=g(x)$
b) Pendant combien de temps la température de la seconde expérience est-elle inférieure à celle de la première ?

Exercice 2 : Equations-Inéquations (2 points)

1) Etudier le signe de $(1-2x)(x+7)$.
2) Factoriser $f(x)=(1-2x)^2+3(1-2x)(x+2)$
3) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\leq 0$.

Exercice 3 : Géométrie dans l'espace (10 points)

ABE est un triangle équilatéral de côté a.
ABECFD est un prisme droit et de hauteur 2a .
La seule propriété à utiliser sur les prismes droits est que les faces latérales sont des rectangles.
J est le milieu de [BC], I est le milieu de [EB] et K est le milieu de [AB].
(*Voir figure en annexe 2*)

Les 4 parties sont indépendantes.

Partie I **(3 points)**
Dans chacun des cinq cas suivants, vous répondrez par oui ou par non et ***vous justifierez brièvement votre choix***.

a- Les droites (AC) et (DF) sont elles sécantes?
b- Les droites (IJ) et (CF) sont elles sécantes ?
c- Les droites (IJ) et (AB) sont elles parallèles ?
d- La droite (DF) est elle parallèle au plan (ABE) ?
e- Les plans (DFC) et (ABE) sont-ils parallèles ?

Partie II **(1,5 points)**
Soit S un point du segment [DF].
Sur la première figure donnée en annexe 2, construire les points suivants
(*il n'est demandé aucune justification, mais vous laisserez les tracés qui vous auront été utiles*.)

P : intersection de la droite (DJ) et du plan (ABE)
Q : intersection de la droite (FJ) et du plan (ABE)
R : intersection de la droite (SJ) et du plan (ABE)

Partie III **(3 points)**
Rappels : Dans un carré de côté a la diagonale a pour longueur : $a\sqrt{2}$

Dans un triangle équilatéral de côté a, la hauteur a pour longueur $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

1- Déterminer la nature du triangle ABJ. En déduire la longueur AJ en fonction du réel a.
2- Pourquoi les droites (IJ) et (CE) sont-elles parallèles ? En déduire la longueur IJ en fonction de a.
3- Exprimer la longueur AI en fonction de a ? Montrer que le triangle AIJ est rectangle.

Partie IV **(2,5 points)** **(***deuxième figure de l'annexe 2***)**
G est le centre de gravité du triangle (EAB), et G' le centre de gravité du triangle (BCE)

1- Montrer que les droites (GG') et (KJ) sont parallèles. (Considérer le triangle EJK)
2- Quelle est l'intersection des plans (KJA) et (GG'A) ? (justifiez)

Feuille ***à rendre avec votre copie.*** ***Numéro d'anonymat :***

Annexe 1 : **Exercice 1 : Fonctions** **Courbe de la fonction f**

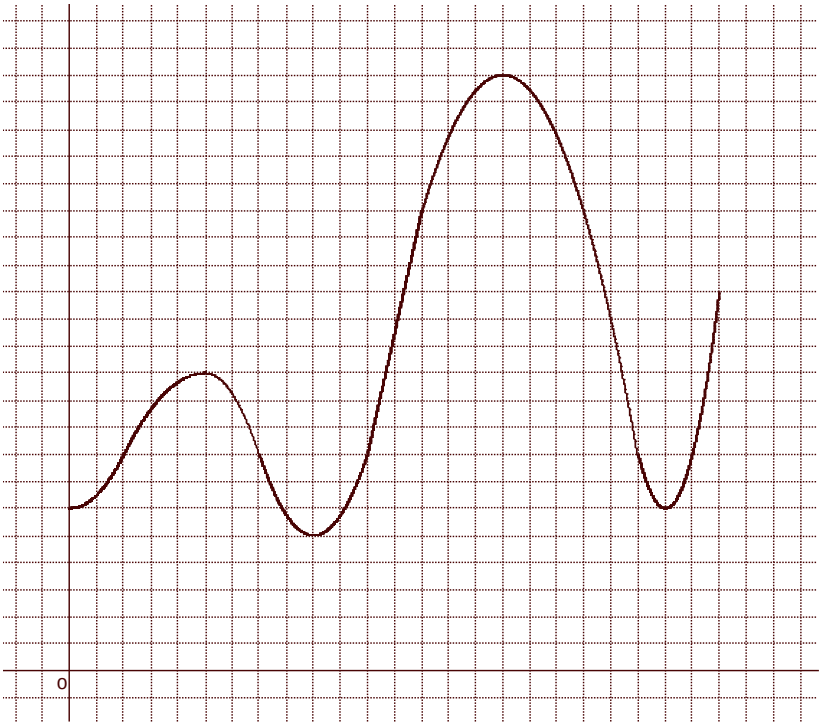

Tableau de valeurs de la fonction g

x en min	0	2	4	6	8	10	12
g(x) en °C							

Annexe 2 : **Exercice 3 : Géométrie dans l'espace**

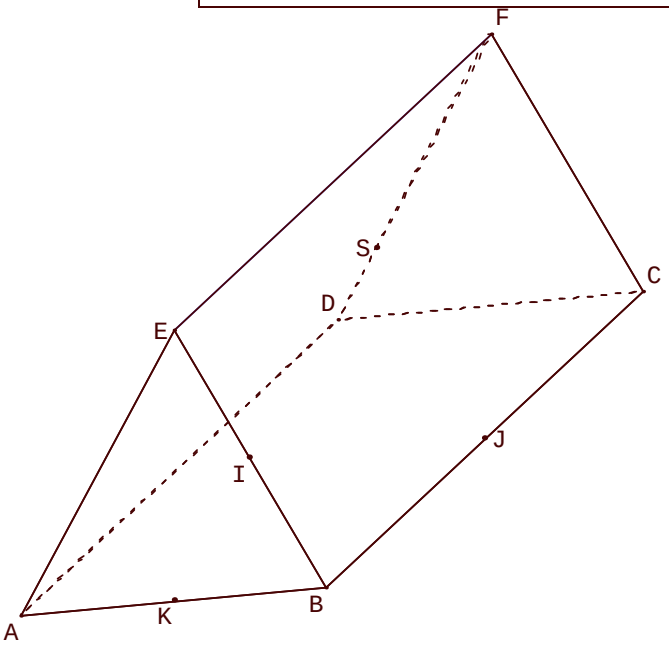

Figure pour les parties I, II et III

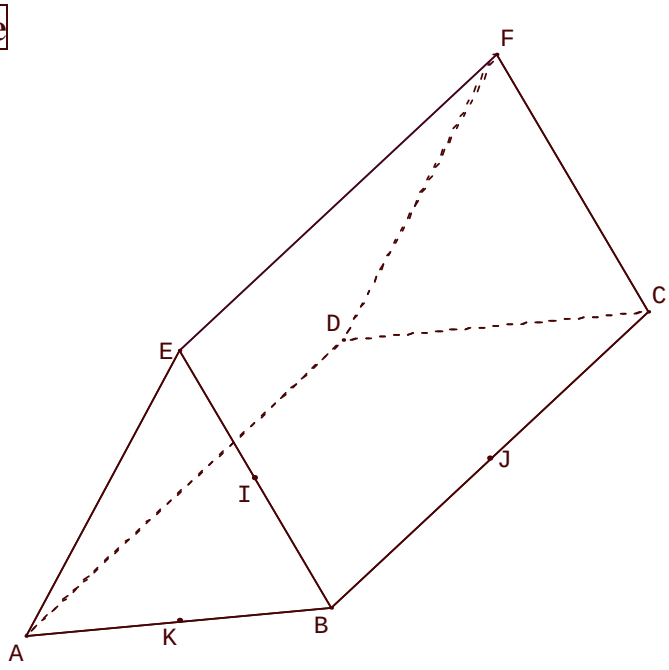

Figure pour la partie IV