Lycée Saint Sernin Toulouse ~ Devoir commun aux classes de secondes. ~ Jeudi 1er Février 2007 ~ 110 min.

Attention : ne mettez pas votre nom sur la copie, seulement votre numéro d'anonymat.

Exercice 1 (*2 points*) Soit un réel x tel que $-3 < x < -1$.

Encadrer, *en énonçant les règles que vous utilisez*, les réels suivants (NB : ***Toute réponse non justifiée aura la note 0***)

a) $x+5$; b) $\dfrac{1}{x+5}$; c) x^2 ; d) $3-2x^2$.

Exercice 2 (*4,5 points*)

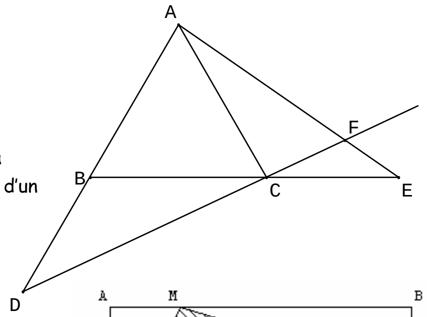
Dans la figure ci-contre, le triangle ABC est équilatéral et BD = CE.

1) Prouver que les triangles BCD et CAE sont isométriques.
2) Prouver que les triangles CEF et AEC sont semblables.
   Ecrire alors les égalités de rapport qui s'en déduisent.

3) On se place dans le cas particulier où AB = 6 cm et CE = 2 cm.

a- Montrer que AE = $2\sqrt{13}$. (Vous introduirez le point H pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC. On rappelle que la hauteur h d'un triangle équilatéral de côté a est $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$)

b- Déduire du a) l'expression de l'aire de CEF en fonction de l'aire de AEC. Puis la calculer.



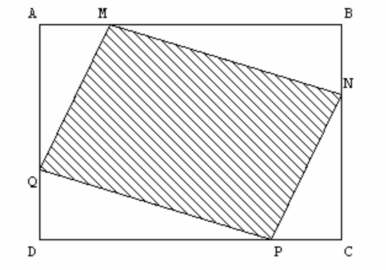
Exercice 3 (6,5 points)

ABCD est un rectangle tel que AD = 3 et AB = 5.

On place les points M , N , P et Q respectivement sur [AB], [BC], [CD] et [DA] tels que AM = BN = CP= DQ.

On pose AM = x

Soit f la fonction qui à x fait correspondre $f(x)$, l'aire du quadrilatère MNPQ

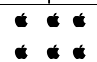
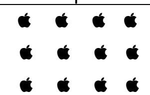


1. A quel intervalle I appartient x ? Justifier votre réponse.
2.
   a. Pour x réel de I, montrer que $f(x)$ peut s'écrire : $2x^2 - 8x + 15$.
   b. Montrer que pour tout $x \in$ I, $f(x)$ peut aussi s'écrire : $2(x-2)^2 + 7$
   c. Montrer alors que la fonction f admet un minimum sur I. Pour quelle valeur de x est-il atteint ? On note x_1 cette valeur.
   d. Soit M_1 le point tel que $AM_1 = x_1$, et $M_1N_1P_1Q_1$ le quadrilatère correspondant. Dessiner, sur la figure donnée en annexe, le quadrilatère $M_1N_1P_1Q_1$.
3. En choisissant l'expression de $f(x)$ la mieux adaptée, calculer la valeur exacte des nombres $f(\sqrt{2})$ et $f(2-\sqrt{2})$.
4. Utiliser votre calculatrice pour :
   a- Compléter le tableau de valeurs de f (voir annexe).
   (On donnera des valeurs approchées arrondies à 0,1 près).
   b- Donner le tableau de variation
5. Résoudre chacune des équations suivantes, puis donner une interprétation géométrique du résultat.
   a) $f(x) = 8$ b) $f(x) = 6$.

Exercice 4 à prise d'initiatives : (*2 points*):

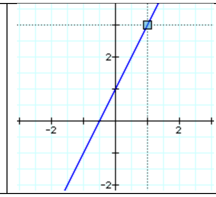
Les assemblages suivants sont constitués de « pommes ». Combien y a t-il de pommes à l'étape 4 ? à l'étape 1000 ? à l'étape n ?

(NB : *Toute initiative cohérente et clairement exprimée sera récompensée.*)

Etape 1	Etape 2	Etape 3
		

Exercice 5 : QCM *Chaque question admet une seule réponse exacte parmi les quatre propositions notée a) , b) , c) et d). Compléter le tableau donné en annexe en indiquant uniquement cette réponse. On ne demande aucune justification.*

Barème *: une bonne réponse rapporte 0,5 point, une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'abscence de réponse n'apporte ni n'enlève de points. Si pour l'exercice, le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à 0.*

Q_1 : La représentation graphique ci-contre est celle de la fonction f définie par :		**a)** $f(x) = 2x - 0,5$
		b) $f(x) = 3x + 1$
		c) $f(x) = 2x+1$
		d) $f(x) = x + 3$

Si la fonction affine f, telle que $f(x)= ax + b$ vérifie $f(4) = -11$ et $f(6) = -17$ alors …

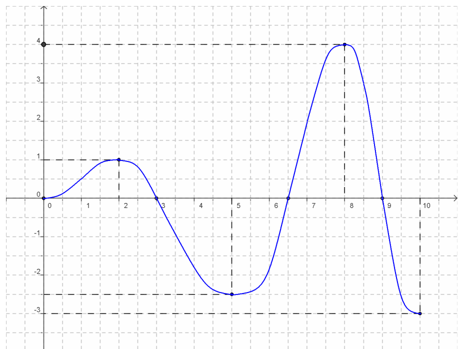
Q_2 : a =	**a)** 3	**b)** – 3	**c)** $\frac{1}{3}$	**d)** $-\frac{1}{3}$
Q_3 : b =	**a)** -1	**b)** -11	**c)** -17	**d)** 1

Q_4	**La fonction affine f définie par $f(x) = 3x - 4$ est …**	**a)** … croissante sur $\mathbb{R}$	**b)** … décroissante sur $\mathbb{R}$	**c)** … ni croissante ni décroissante sur $\mathbb{R}$	**d)** … on ne peut pas savoir

La fonction f est définie par $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$

Q_5 : L'image de 0	**a)** est 4	**b)** est 0	**c)** n'existe pas	**d)** est – 4
Q_6 : Le réel 4 a pour antécédent	**a)** $\frac{1}{2}$	**b)** 5	**c)** – 2	**d)** 2
Q_7 : La représentation graphique de f passe par le point	**a)** A $(\frac{1}{2} ; \frac{9}{2})$	**b)** A $(\frac{1}{2} ; \frac{17}{2})$	**c)** A $(-\frac{1}{2} ; \frac{17}{2})$	**d)** A $(-\frac{1}{2} ; -\frac{9}{2})$

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur [0 ; 10]



Q_8 : Le nombre 0 a …

a)… Un antécédent exactement	**b)** … moins de quatre antécédents	**c)** … quatre antécédents exactement	**d)** …aucun antécédent

Q_9 : Le maximum de f sur l'intervalle …	**a)** …[0 ;10] est 10	**b)** …[1 ;4] est 4	**c)** … [0 ;10] est 1	**d)** … [1 ;4] est 1
Q_{10} :L'inéquation $f(x)<0$ admet pour ensemble de solutions …	**a)** S =]-3 ;0[	**b)** S =]9 ;10[	**c)** S =]3 ;6,5[∪]9 ;10]	**d)** S = [3 ;6,5]∪[9 ;10]