DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES-2nde

Exercice 1 (12 pts)

Partie A : LECTURE GRAPHIQUE

La figure ci-contre (fig. 1) est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f.
En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes en expliquant à chaque fois :

a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
b) Quelle est l'image de 1 ?
c) Résoudre l'équation $f(x) = 9$.
d) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 9$.
e) Dresser sur D_f, le tableau de variations de f.
f) Comparer f(0,5) et f(1) puis f(2,1) et f(2,8).

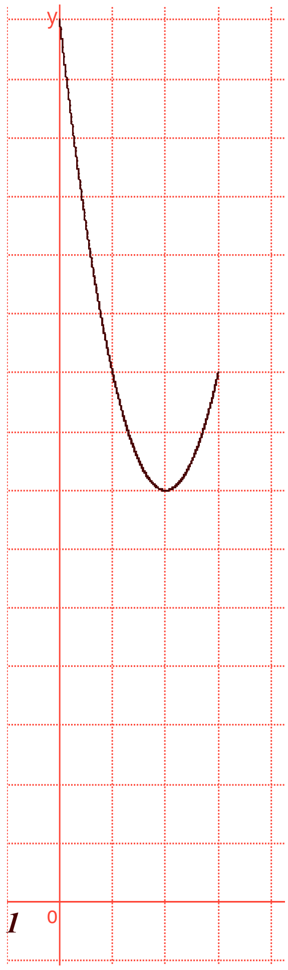

fig. 1

Partie B : ETUDE D'UNE FONCTION

On considère la fonction g définie sur [0 ; 3] par :
$g(x) = 2x^2 - 8x + 15$

a) Vérifier que $g(x) = 2(x-2)^2 + 7$
b) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
g(x)							

c) Résoudre dans R l'inéquation $2x(x-4) \leq 0$ à l'aide d'un tableau de signes.
d) En déduire la résolution de l'inéquation $g(x) \leq 15$ pour $x \in [0 ; 3]$
e) En utilisant la forme de g(x) indiquée au a), montrer par le calcul que la fonction g est décroissante sur l'intervalle [0 ; 2]

Partie C : CALCUL D'AIRE

On considère un rectangle ABCD tel que AB=5 et BC=3. On désigne par x un nombre réel compris entre 0 et 3.
On définit les points A', B', C' et D' sur les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] respectivement tels que AA'=BB'=CC'=DD'=x.

a) Faire la figure pour x =1.
b) Montrer que l'aire du quadrilatère A'B'C'D'est égale à g(x).
c) On admet que la courbe donnée (figure 1) est celle de g. En utilisant cette dernière, donner la valeur de x pour laquelle l'aire de A'B'C'D' est minimale.

Exercice 2 (8 pts)

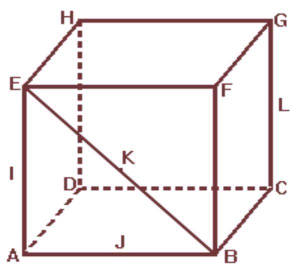

fig 2

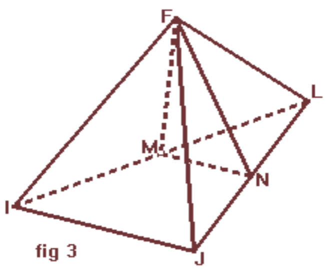

fig 3

Soit ABCDEFGH le cube d'arête a, représenté ci-contre. Soient I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AE], [AB], [EB] et [CG]. ***(fig. 2)***

1) a) Démontrer que les segments [EI], [KJ] et [GL] sont parallèles et de même longueur.
   b) En déduire la nature des quadrilatères EIJK et KJLG.
   c) Prouver que les plans (EBG) et (IJL) sont parallèles.

2) a) Déterminer la nature du triangle EBG. Qu'en déduire pour les droites (GK) et (EB) ?
   b) En déduire que le triangle IJL est rectangle en J.

3) Calculer les longueurs FJ et FL en fonction de a, et en déduire la nature du triangle FJL.

4) Soient M et N les milieux respectifs des segments [IL] et [JL]. La figure représentant le tétraèdre FLJI ***(fig. 3)*** est extraite de la figure 2.
   a) En utilisant les résultats de 2)b) et 3), démontrer que la droite (JL) est orthogonale au plan (FMN).
   b) Que peut-on en déduire pour les droites (JL) et (FM) ?