Devoir de mathématiques, commun à toutes les classes de seconde du Lycée Saint Sernin Toulouse

Vous pouvez répondre à certaines questions sur les feuilles du sujet. Ces feuilles seront donc collées ou agrafées sur votre copie.

EXERCICE 1 : Tableau de signes (3 points)

En lisant le tableau de signe d'une fonction f ci-dessous, et sans aucun calcul, répondre aux questions suivantes:

x	$-\infty$		-3		-2		4		$+\infty$
Signe de f (x)		+	0	-	||	-	0	+	

1) Quel est le signe de f (x) quand $1 < x < 2$ (cocher la réponse juste)
négatif positif nul on ne peut pas savoir
2) Résoudre $f(x) \leq 0$
Solution : $x \in$ ……………………………………………………….

EXERCICE 2 : Nombres premiers (9 points)

1) Parmi les nombres suivants, entourer les nombres premiers:
2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21
2) Décomposer 2574 en un produit de facteurs premiers.
2574 = ……………………………………………
3) On donne le nombre $A = 2^6\times3^4\times5^2\times11^4\times13\times17^3$. (on ne fera aucun calcul)
a) A est il divisible par 2 ? oui non
b) A est il divisible par 5^3 ? oui non
c) Quelle est la plus grande puissance de 3 qui divise A? c'est $3^{\cdots}$.
d) A est il divisible par 100?
Réponse: ……. car …………………………………………………………

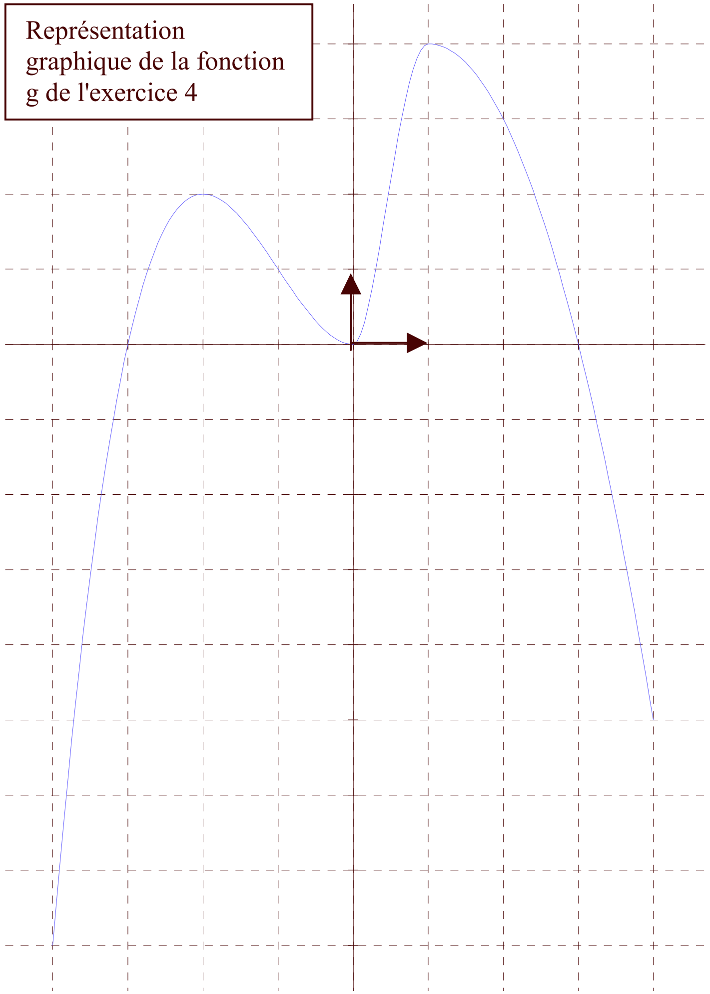
EXERCICE 3 : Inéquations (8 points)

Résoudre les inéquations suivantes:
1) $(3x+2)(4-x) > 0$
2) $x \geq \frac{1}{x}$ [on pourra montrer que cela revient à chercher le signe de $\frac{(x-1)(x+1)}{x}$]

EXERCICE 4 : Fonctions - aspect graphique (12 points)

Dans le repère orthonormal ci contre, (C) est la courbe représentant une fonction g définie sur [-4;4].
Les réponses seront données par lecture graphique. On donnera des valeurs décimales approchées écrites avec 1 chiffre après la virgule. **Il n'y a aucun calcul à faire**.

1) déterminer les images par g de -2; 0; $-\frac{5}{3}$.
2) a est un nombre vérifiant $0 \leq a \leq 2$. encadrer g (a)



3) Combien l'équation g (x) = - 2 admet-elle de solutions? Encadrer chacune de ces solutions entre deux entiers consécutifs.
4) Donner le tableau de signe de g (x).
5) Tracer sur le graphique ci-dessus la droite (D) d'équation $y = x - 1$.
6) La droite (D) coupe la courbe (C) en deux points A et B. On note a l'abscisse de A (avec a négatif) et b l'abscisse de B (avec b positif). Donner une valeur approchée de a et de b. Donner les ordonnées exactes de A et B à l'aide de a et b.
7) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) > x - 1$

EXERCICE 5 : Fonctions - aspect calcul (16 points)

Soit la fonction h définie sur [-1 ; 5] par: $h(x) = x^2 - 2x - 8$. [forme 1 de h (x)]

1) Vérifier que $h(x) = (x - 1)^2 - 9$ [forme 2 de h (x)]
   Factoriser cette forme de h (x), on appelle forme 3 cette forme factorisée de h (x).
2) En utilisant la forme 2 de h (x), démontrer que h est décroissante sur $]-\infty ; 1[$.
   On admettra sans démonstration que h est croissante pour $x \in]1 ; +\infty[$
3) Compléter le tableau de valeurs suivant (de la fonction h):

x	- 1	0	1	1,5	2	3	4	5
h (x)								

4) Tracer la courbe (C) représentative de la fonction h dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unités : 2 cm sur les abscisses et 1cm sur les ordonnées).
5) En utilisant la forme de h (x) la mieux adaptée, résoudre par le calcul :
   a) $h(x) = -8$ b) $h(x) \leq 0$
6) En utilisant la forme 2 de h (x), déterminer les <u>valeurs exactes</u> des antécédents de -6 par h.

EXERCICE 6 : Géométrie - configurations (12 points)

Pour faire cet exercice vous utiliserez la boite à théorèmes donnée ci contre. Vous rappellerez clairement le N° de chacun des théorèmes utilisés.
Les question 1 et 2 sont indépendantes

Soit un cercle Γ de diamètre [AB]. M et N sont deux points du cercle Γ situés de part et d'autre de ce diamètre.

- La droite (MN) coupe le segment [AB] en R.
- La perpendiculaire issue de R à (AM) coupe (AM) en S.
- La perpendiculaire issue de R à (AN) coupe (AN) en T.

<u>Question 1:</u>

a) Montrer que les droites (RS) et (MB) sont parallèles. [puis on admettra qu'il en est de même des droites (RT) et (NB).]
b) Montrer que $\frac{AS}{AM} = \frac{AR}{AB} = \frac{AT}{AN}$.
c) En déduire que les droites (ST) et (MN) sont parallèles.

<u>Question 2:</u>

La perpendiculaire Δ à (AB) passant par R coupe (AM) en P et (BM) en Q.
Soit I le point d'intersection des droites (BP) et (AQ).

a) Démontrer que les droites (AQ) et (BP) sont perpendiculaires.
b) En déduire que I est un point du cercle Γ.

Γ Γ