

**Lycée Saint Sernin ~ MATHÉMATIQUES**  
**SUJET du devoir commun aux classes de seconde**  
**jeudi 30 janvier 2003 ~ 110 min.**

**Exercice 1 : Fonctions (10 points)**

**NB :** Quand on vous demande : « par lecture graphique .... », aucune justification du résultat n'est attendue.

**1<sup>ère</sup> partie. (6.5 points)**

On donne **ci-contre** la courbe représentative, dans un repère (O, I, J) du plan, de la fonction  $f$  définie par

$f(x) = \frac{1}{2}(x+1)(3-x)$ . On admettra que les points en gras sont à coordonnées entières.

1) **Par lecture graphique**, donner :

a) l'ensemble de définition de  $f$ . b) l'image de 1.

c) le ou les antécédents de  $\frac{3}{2}$ .

d) les solutions de l'inéquation  $f(x) \leq \frac{3}{2}$ .

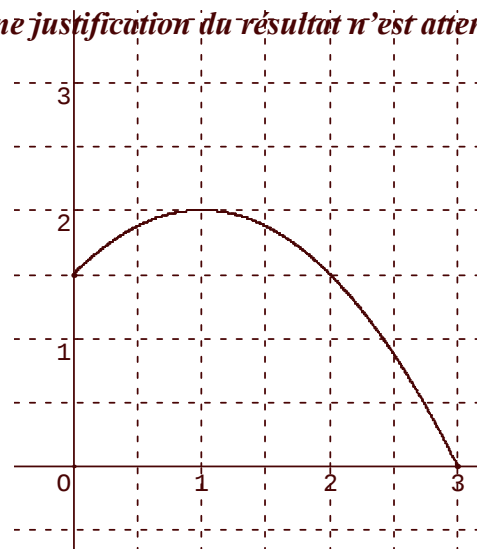
2) **Par lecture graphique**, déterminer l'ensemble des réels qui n'ont qu'un seul antécédent par  $f$ .

3) **Calculer** l'image de  $\sqrt{2}$ . Donner le résultat sous la forme  $a + b\sqrt{2}$  puis, à l'aide de votre calculatrice, une valeur approchée arrondie à  $10^{-2}$  près.

4) a) Développer  $f(x)$ . b) Retrouver alors, **par le calcul**, le ou les antécédents de  $\frac{3}{2}$ .

5) a) Vérifier que  $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$

b) En utilisant l'expression du a) , démontrer que  $f$  est croissante sur  $[0 ; 1]$  (On justifiera chaque étape).



**2<sup>ème</sup> partie (3.5 points)**

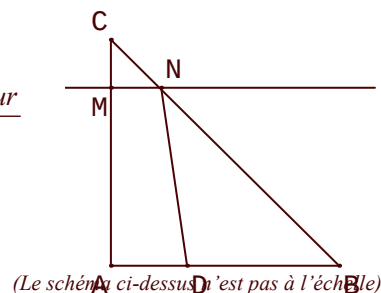
**Rappel :** aire du trapèze =  $\frac{(\text{petite base} + \text{grande base}) \times \text{hauteur}}{2}$

L'unité de longueur est le cm.

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que  $AB = AC = 3$ .

Soit D le point du segment  $[AB]$  tel que  $AD = 1$ .

M est un point du segment  $[AC]$ . On pose  $CM = x$ .  $x$  appartient donc à l'intervalle  $[0 ; 3]$ . La parallèle à la droite (AB) passant par M coupe le segment  $[BC]$  en N. On admet que  $MN = x$ .



1) Exprimer l'aire du trapèze AMND en fonction de  $x$ .

La fonction  $f$  définie à la 1<sup>ère</sup> partie est donc celle donnant l'aire du trapèze AMND en fonction de  $x$ .

2) a) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire du triangle NDB.

b) Tracer sur le graphique de l'annexe 1, la représentation graphique de la fonction  $g$  définie sur  $[0 ; 3]$  par  $g(x) = 3 - x$ .

c) Déterminer, par lecture graphique, les valeurs de  $x$  telles que  $f(x) \geq g(x)$ .

d) Résoudre à l'aide d'un tableau de signes, l'inéquation  $(3-x)(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}) \geq 0$ .

Quelle est l'interprétation géométrique de ce résultat ?

**Exercice 2 : Géométrie dans l'espace** (10 points, soit : 0,5 + 3 + 4 + 2,5))

On considère la pyramide SABCD à base carrée telle que

$SA = SB = SC = SD$ . (voir annexe II).

On appelle I le milieu du segment [AC], L le milieu du segment [BC], M le milieu du segment [SC], N le milieu du segment [SB] et Q le milieu du segment [SA].

1°) Marquer les points I, L, M et N puis construire le point G, centre de gravité du triangle SBC.

2°) Dans les questions suivantes, on demande de donner directement une réponse **sans justification** et en utilisant **uniquement les points déjà marqués sur la figure**.

- Que peut-on dire des plans (SBC) et (GBC) ?
- Trouver deux plans distincts contenant la droite (BC).
- I appartient-il au plan (SAB) ? I appartient-il au plan (SDN) ?
- Les droites (IN) et (CD) sont-elles coplanaires ?
- Les droites (IN) et (SD) sont-elles coplanaires ? Sont-elles sécantes ?
- Les droites (IG) et (MN) sont-elles parallèles ?
- Donner l'intersection des plans (SBD) et (SAC).
- Donner l'intersection des plans (SAB) et (SDC).

3°)

- Montrer que la droite (QN) est parallèle à la droite (AB). En déduire que les points C, Q, N et D sont coplanaires.
- Montrer que les points A, L, G, Q sont coplanaires (utiliser le plan (SAL)).
- Déterminer l'intersection des plans (CND) et (ABC).
- Montrer que les droites (AL) et (DC) sont sécantes en un point O ; placer leur point d'intersection. Montrer que O appartient à la droite (QG).

4°) On suppose désormais que  $SA = SB = SC = CD = 6$  cm et  $AB = 4$  cm.

- Quelle propriété de géométrie plane permet de calculer la distance AC ? Calculer AC puis AI.
- Quelle est la nature du triangle SAC ? Que peut-on dire de la droite (SI) dans ce triangle ? Montrer que  $SI = 2\sqrt{7}$  cm.
- Le volume d'une pyramide de hauteur h cm et dont l'aire de la base correspondante mesure b cm<sup>2</sup> est  $V = \left(\frac{1}{3}b \times h\right) \text{ cm}^3$ . Calculer le volume du solide SABCD