Correction du devoir commun de Seconde

Exercice 1

A1. $2(x-4)^2+32=2(x^2-8x+16)+32=2x^2-16x+32+32=f(x)$.
$2(x-4)^2$ est un nombre positif, égal à $f(x)-32$. "$f(x)-32\geq 0$" ou "$f(x)\geq 32$" signifient la même chose.
A2. Soient a et b deux nombres réels tels que $0\leq a<b\leq 4$. alors :

$4\leq a-4<b-4\leq 0$ (ajouter -4 aux différents membres d'une inégalité est autorisé).

$0\leq(b-4)^2<(a-4)^2\leq 16$ (élever au carré les membres <u>négatifs</u> d'une inégalité en change le sens),

$0\leq 2(b-4)^2<2(a-4)^2\leq 32$ (multiplier les membres d'une inégalité par un réel positif la conserve)

$32\leq 2(b-4)^2+32<2(a-4)^2+32\leq 64$ (ajouter 32… air connu)

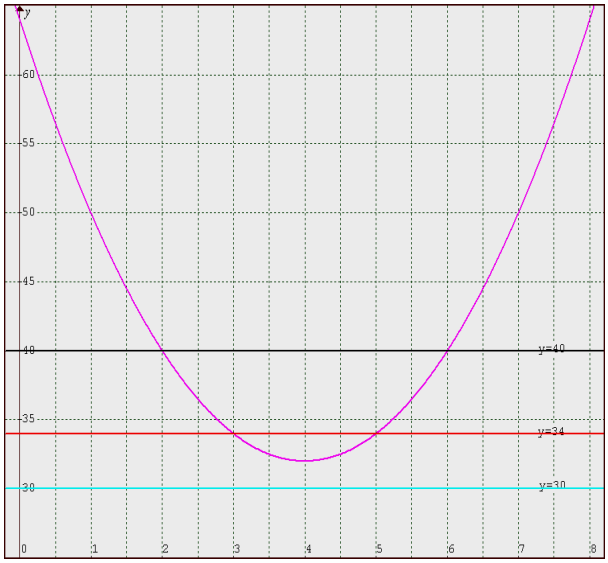
$32\leq f(a)<f(b)\leq 64$.

L'ordre qui régit $f(a)$ et $f(b)$ est contraire à celui de a et b donc la fonction f est décroissante sur l'intervalle [0 ; 4]
Tableau de variations ci-contre.

x	0		4		8
$f(x)$	64	↘	32	↗	64

A3.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	64	50	40	34	32	34	40	50	64



A4. Il suffit de lire sur le graphique ci-contre :

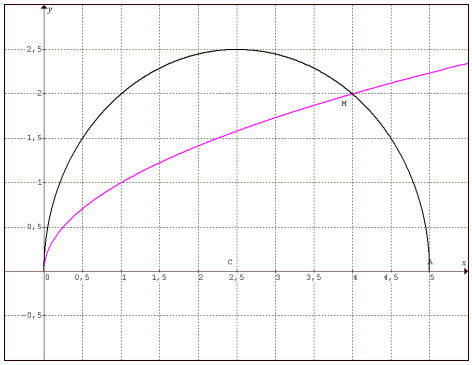
- $f(x)=40$ si x vaut 2 ou 6,
- $f(x)\geq 40$ si x appartient à $[0; 2]\cup[6 ; 8]$,
- $f(x)=30$ est impossible,
- $f(x)<34$ si x est élément de]3 ; 5[.

B1-a. $AC=4x$ $BC=32-4x$
côté de $C_2=8-x$ aire de $C_1=x^2$
aire de $C_2=(8-x)^2$
La somme des aires est donc $x^2+(8-x)^2$
B1-b. Il suffit de développer la ligne précédente.
B1-c. une longueur ne peut être négative donc x ne peut être négatif, ni $8-x$.
Cela donne $x\geq 0$ et $x\leq$ ou $x\in$ [0 ; 8].
B2. Selon les deux réponses précédentes, la fonction f définie dans la partie A est celle qui représente la somme des aires des deux carrés. Le graphe ci-contre permet donc de répondre aux questions posées :
Q1 : oui, pour x valant 1 ou 7.
Q2. Non, le minimum est 32.
Q3.. la somme des aires est minimum si x vaut 4, c'est-à-dire si les deux carrés ont la même aire et C est au milieu de la ficelle.

Exercice 2.

a. f(-3)<f(-4) car -3 et -4 se trouvent sur un intervalle où la fonction est décroissante.
b. f(π-3)>f(0,2) car 0,1<π-3<0,2 et la fonction est décroissante sur cet intervalle.
c. Comparaison impossible ; on sait juste que ces nombres sont inférieurs à 4 mais on ignore tout de leurs valeurs respectives.
d. f(-3)>f(2) car f(-3)>3 et f(2)<2.
e. Le maximum est 4, le minimum -1.

Exercice 3



Le triangle OMA doit avoir [AO] comme hypoténuse et donc comme centre du cercle circonscrit le point marqué C (2,5 ; 0). Ce cercle coupe la courbe au point cherché.
Le cercle a un rayon de 2,5. Si x est l'abscisse de M, son ordonnée est $y=\sqrt{x}$. La distance CM est donc $\sqrt{(x-2,5)^2+(\sqrt{x}-0)^2}=\sqrt{x^2-5x+6,25+x}$.
$CM^2=2,5^2=6,25=x^2-4x+6,25$ donc $x^2-4x=0$ ou $x(x-4)=0$. Le cercle coupe donc la courbe en deux points d'abscisses 0 et 4. Les coordonnées de M sont donc (4 ; $\sqrt{4}$) ou (4 ; 2).

QCM

Les réponses sont b - c – c – b – a – b.