1 S Fiche Généralités sur les suites

1. Sens de variation d'une suite.

Définitions.

Soit u une suite définie dans **N**. On dit que

- (u_n) est **croissante** dans **N** si pour tout entier n de **N** $u_{n+1} \geq u_n$.
- (u_n) est **décroissante** dans **N** si pour tout entier n de N $u_{n+1} \leq u_n$.
- (u_n) est **monotone** si elle est croissante dans **N** ou décroissante dans **N**.

Cette définition est bien cohérente avec la définition de fonction croissante ou décroissante dans un intervalle I de **R**.

En pratique.

- ***Si la suite*** (u_n) ***est définie par*** $u_n = f(n)$. On peut profiter des variations de f en utilisant la propriété suivante.

Si f est croissante (respectivement décroissante) dans $[n_0 +\infty [$ (n_0 étant un entier naturel),
alors (u_n) est croissante (respectivement décroissante) à partir de l'indice n_0.

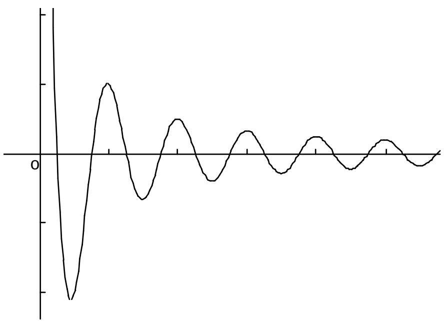
- ***Sinon.*** On calculera $u_{n+1} - u_n$ et on étudiera son signe.

si $u_{n+1} - u_n \geq 0$ pour tout $n \geq n_0$, alors la suite est
si $u_{n+1} - u_n \leq 0$ pour tout $n \geq n_0$, alors la suite est
si $u_{n+1} - u_n$ est de signe variable sur N, alors la suite est

Attention !

Voici le graphique de la fonction f définie dans R^{+*} par $f(x) = \frac{\cos(2\pi x)}{x}$

Soit (u_n) la suite définie dans **N*** par $u_n = f(n)$.



2. Suites périodiques.

Exemples.

- Premiers termes de la suite (u_n) définie par $\mathbf{u_n = 3(-1)^n}$
- Premiers termes de la suite (v_n) définie par $\mathbf{v_n = \cos(\pi n/3)}$
- Premiers termes de la suite (u_n) définie par $\mathbf{u_{n+1} = u_n + (-1)^n}$ et $\mathbf{u_0=3}$

Définition.

Dire qu'une suite (u_n) **est périodique de période p** signifie que

Remarques : une suite peut être périodique à partir d'un indice n_0.
Cette définition est cohérente avec la définition d'une fonction périodique de période p.

3. Suites bornées, minorées, majorées.

Définition.

Soit u une suite définie pour $n \geq n_0$. On dit que

- (u_n) est **majorée** si il existe un réel M tel que, pour tout entier $n \geq n_0$ $u_n \leq M$
- (u_n) est **minorée** si il existe un réel m tel que, pour tout entier $n \geq n_0$ $m \leq u_n$
- (u_n) est **bornée** si elle est à la fois majorée et minorée.

Cette définition est cohérente avec la définition d'une fonction majorée, minorée,bornée.

Si la suite (u_n) **est définie par** $\mathbf{u_n = f(n)}$ on peut utiliser la propriété suivante.

Si f est bornée (resp. majorée, minorée) dans $[0 ; +\infty [$, alors la suite (u_n) est bornée (resp. majorée, minorée) dans **N**.