1 S Fiche vocabulaire des Probabilités

On considère une expérience aléatoire à laquelle on associe un univers fini* $\Omega = \{x_1 , ...x_n \}$ (ici, Ω est un ensemble de n éléments).

** Fini signifie qu'il ne possède pas une infinité d'éléments.*

Langage des événements

On appelle **événement A**, une partie (un sous-ensemble) de Ω. La lettre A désigne aussi bien un ensemble qu'un événement
On note $P(\Omega)$ l'ensemble des événements (c'est à dire l'ensemble des parties de Ω).

- Ω est **l'événement certain**
- $\varnothing$ (l'ensemble vide) est **l'événement impossible**

Si A et B sont deux événements,

- $A \cup B$ est **l'union des événements A et B (**la réunion des ensembles A et B**)**. On appelle parfois cet événement «A ou B »
- $A \cap B$ est **l'intersection des événements (**ou des ensembles**) A et B**. On note parfois cet événement « A et B »

- Dire que A et B sont des ensembles **disjoints** (des événements **incompatibles**) signifie que $A \cap B = \varnothing$
- $\overline{A}$ est l'ensemble **complémentaire** (ou l'événement **contraire**) de A

Loi de probabilité sur Ω ⟶ Probabilité sur Ω

Loi de probabilité sur Ω	Probabilité sur Ω
Définir une **loi de probabilité sur Ω**, c'est se donner n nombres de [0 ; 1], notés p_1 , ..., p_n tels que $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$. p_i est la probabilité de l'événement élémentaire $\{ x_i \}$.	Soit A un événement, (c'est à dire une partie de Ω). Cet événement est un ensemble de résultats x_i , à chacun de ces résultats, la loi de probabilité associe un nombre p_i. La **probabilité de l'événement A** est le nombre noté p(A) égal à la somme de ces nombres p_i.
	En résumé, la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.
On définit ainsi **une fonction de Ω dans [0 ; 1].**	On définit ainsi **une fonction p de $P(\Omega)$ dans [0 ; 1].**

La donnée de la loi de probabilité suffit donc pour connaître la probabilité associée.

Le cas de l'équiprobabilité (loi équirépartie)

Dire que l'on est dans la situation de l'équiprobabilité, signifie que les événements élémentaires ont la même probabilité de se réaliser.

C'est à dire que $p_1 = p_2 = ... = p_n$.

Comme la somme est 1, on en déduit que
$$\mathbf{p_1 = p_2 = ... = p_n = 1/n}$$

On parle, dans ce cas d'une **loi de probabilité équirépartie.**

La probabilité d'un événement est donnée par

$$p(A) = \frac{\text{nombre de résultats qui réalisent } A}{\text{nombre total de résultats de l'expérience}}$$

On retrouve, dans ce cas, le langage "naturel" des "chances". Il y a ....chance sur ..... que l'événement se réalise

Les propriétés d'une probabilité

Toute probabilité p vérifie les propriétés suivantes :

A et B étant deux événements.

- $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
- Si A et B sont disjoints, alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$