1 S FICHE Nombre et fonction dérivés

1 Fonction dérivée d'une fonction.

Nombre dérivé de f en x_0.

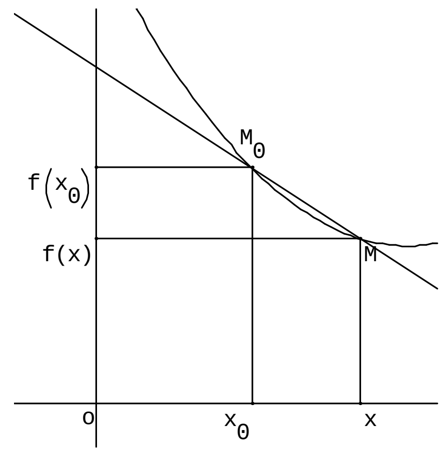
C'est le nombre noté $f'(x_0)$ qui est la limite, si elle existe, quand x tend vers x_0 de $\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

On définit ainsi une fonction notée f ' qui au réel x associe f '(x). C'est la fonction dérivée de la fonction f.

Définition équivalente du nombre dérivé :
C'est le nombre noté $f'(x_0)$ qui est la limite quand h tend vers 0 de $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

$\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ **est le coefficient directeur de la sécante (M_0M),** où M et M_0 sont les points de la représentation graphique de *f* d'abscisses x et x_0, lorsque x et x_0 sont distincts.

$f'(x_0)$ (quand ce nombre existe) **est le coefficient directeur de la tangente T** à la représentation graphique de *f* en son point d'abscisse x_0.



Remarques. Si le nombre $f'(x_0)$ existe pour tout réel x_0 d'un intervalle I, on dit que la fonction *f est dérivable sur l'intervalle I.*

2 Théorèmes:

• Soit *f* une fonction définie et dérivable sur un intervalle I,

si $f'(x) \geq 0$ pour tout x de I alors *f est **croissante** dans I.*

si $f'(x) \leq 0$ pour tout x de I alors *f est **décroissante** dans I.*

si $f'(x) = 0$ pour tout x de I alors *f est **constante** dans I.*

NB : On obtient la stricte monotonie pour f, si on a des inégalités strictes pour f'(x), sauf peut-être en des valeurs isolées de x pour lesquelles f' s'annule.

• Soit *f* une fonction définie et dérivable sur un intervalle ouvert I, si ***f '(x) s'annule et change de signe en x_0*** de I, alors ***f admet un extremum local en x_0.***