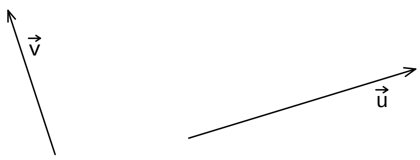
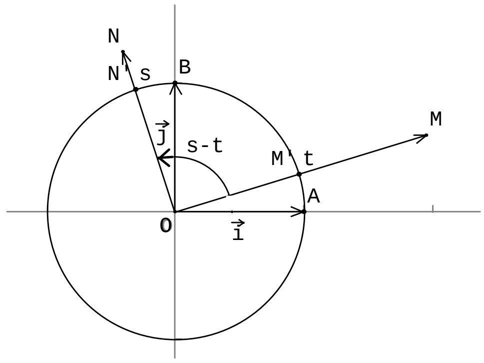
1 S Fiche Trigonométrie - Mesures d'un angle orienté

1. Mesure d'un angle orienté de deux vecteurs non nuls.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nul



on se ramène à deux représentants d'origine O ($\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{ON} = \vec{v}$)



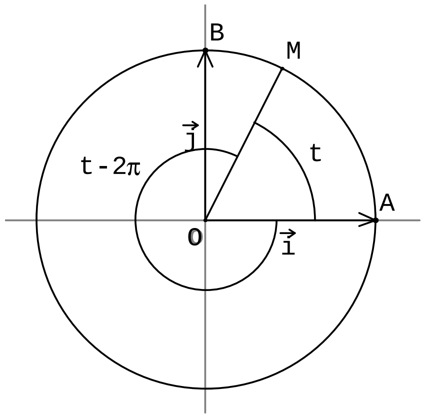
Soient t et s deux nombres réels associés respectivement à M ' et N '.

Par définition, $(\vec{u}, \vec{v}) = (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = (\overrightarrow{OM'}, \overrightarrow{ON'}) = (\vec{i}, \overrightarrow{ON'}) - (\vec{i}, \overrightarrow{OM'}) = s - t$.

On dit que **s-t est une mesure en radians de l'angle orienté de vecteurs** $(\vec{u}, \vec{v})$

2. Ensemble des mesures d'un angle orienté.

21 Ensemble des nombres réels associés à un point du cercle trigonométrique.



M est le point du cercle repéré par le nombre réel t.

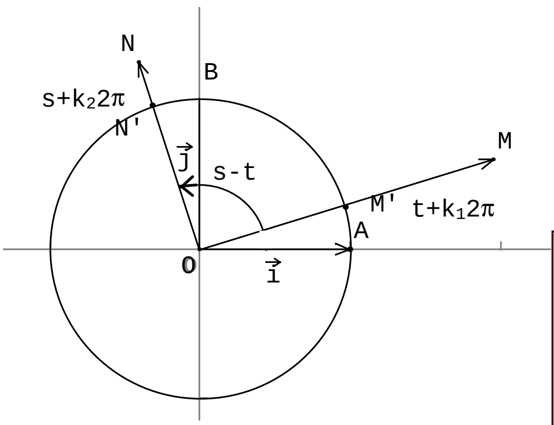
Tout nombre de la forme $t+k2\pi$ où $k \in$ **Z** est associé au même point M.

Parmi les nombres de la forme $t+k2\pi$, il en existe un et un seul qui appartient à $]-\pi ; +\pi]$, il est associé au trajet "le plus court" sur le cercle pour aller de A à M.

- **L'ensemble des mesures de l'angle orienté** $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ est l'ensemble des nombres $t+k2\pi$ où $k\in$ **Z**.

- **La mesure principale** de $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ est la mesure qui appartient à $]-\pi ; +\pi]$.

22 Ensembles des mesures d'un angle orienté de vecteurs non nuls.



Les points M' et N' son repérés respectivement par les nombres réels t et s.

Les nombres associés à M' sont de la forme $t + k_1 2\pi$ ($k_1 \in Z$)
Les nombres associés à N' sont de la forme $s + k_2 2\pi$ ($k_2 \in Z$)

Tout nombre de la forme $s + k_1 2\pi - t + k_2 2\pi = s\text{-}t + k2\pi$ ($k\in$ **Z**) est donc une mesure de l'angle orienté de vecteurs $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$.

- Si r est une mesure de l'angle orienté de vecteurs non nuls $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$ alors **l'ensembles des mesures** de cet angle est l'ensemble des nombres de la forme $r+k2\pi$ où $k\in$ **Z**.

- **La mesure principale** de $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$ est la mesure qui appartient à $]-\pi ; +\pi]$.
- s et t sont deux mesures du même angle orienté ssi $s - t = k2\pi$ ($k\in$ **Z**)

23 Une nouvelle notation.

Au lieu d'écrire « $s = t + k2\pi$ avec k dans **Z** », on peut écrire « $s = t \ [2\pi]$ » et on lit « s est égal à t modulo 2π ».
On traduit ainsi le fait que s et t sont « égaux à un multiple de 2π près ».

23 Retour sur les coordonnées polaires d'un point du plan différent de O.

Soient deux points M et M' du plan, distincts de O, de coordonnées polaires respectives (r ; t) et (r' ; t').
M et N sont confondus si et seulement si $r = r'$ et $t - t' = k2\pi$ avec k dans **Z**.