1ère S 11 : Ce qu'il faut savoir [*parfaitement* !] sur les transformations du plan. Avril 2003.

TRANSFORMATIONS du plan	**SYMÉTRIE CENTRALE**	**RÉFLEXION**	**ROTATION**	**TRANSLATION**	**HOMOTHÉTIE**
Étant donné .... ;	Un point O	Une droite d	Un point O et un angle orienté α	Un vecteur $\vec{V}$	Un point O et un réel $k \neq 0$
... on appelle	Symétrie de centre O	Réflexion d'axe d	Rotation de centre O et d'angle α	Translation de vecteur $\vec{V}$	Homothétie de centre O et de rapport k
... et on note ...	S_O	S_d	$R(O,\alpha)$ ou $r_{O\,;\alpha}$ ou r	$t_{\vec{V}}$	$H(O\,;k)$ ou $h_{O\,;k}$ ou h
la transformation du plan dans lui même qui à tout point M associe le point unique M' tel que ...	Le point O est le milieu du segment [MM']	la droite d est la médiatrice du segment [MM']	$OM = OM'$ et $(\overrightarrow{OM}\,;\overrightarrow{OM'}) = \alpha$	$\overrightarrow{MM'} = \vec{V}$	$\overrightarrow{OM'} = k\,\overrightarrow{OM}$
avec cependant pour cas particuliers	Si M = O alors, $S_O(O) = O$	Si $M \in d$ alors $S_d(M) = M$	Si $\alpha = 0$, alors $M' = M$ (Transformation identique) et si $\alpha = \pi$ alors $r_{O,\pi} = S_O$ [symétrie de centre O]	Si $\vec{V} = \vec{0}$ alors $T_{\vec{V}}$ est la transformation identique	Si k = 1 alors h est la transformation identique et si k = -1 alors h est la symétrie de centre O

Les points invariants sont ...	O, le centre	Les points de l'axe d de la réflexion	(Si $\alpha \neq 0$) O le centre	Si $\vec{V} \neq \vec{0}$, pas de points invariants	(Si $k \neq 1$) O, le centre.

Les RÉFLEXIONS, les ROTATIONS, les TRANSLATIONS, et les Homothéties de rapport 1 ou –1, sont des **ISOMÉTRIES**

Toutes ces transformations sont des **BIJECTIONS**. Elles ont donc une **transformation réciproque.**

Sa transformation réciproque est ...	S_O (elle même!)	S_d (elle même !)	$R(O, -\alpha)$	$t_{-\vec{V}}$	$H(O\,;1/k)$

Toutes ces transformations conservent aussi, **l'alignement, le milieu, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles géométriques. De plus, ….**

…. L'orientation des angles orientés est ...	Conservée	Inversée	Conservée	Conservée	Conservée

Par chacune de ces transformations **l'image d'une droite** δ est une droite δ', avec la particularité :

	$\delta' /\!/ \delta$	Si $\delta /\!/ d$ alors $\delta /\!/ \delta'$ Sinon les trois droites sont concourantes	Si la rotation est un « quart de tour », alors $\delta' \perp \delta$	$\delta' /\!/ \delta$	$\delta' /\!/ \delta$

Par chacune de ces transformations **l'image d'un cercle** $C(\Omega\,;r)$ est un cercle $C'(\Omega'\,;r')$, Ω' étant l'image de Ω, avec la particularité :

	$r' = r$	$r' = r$	$r' = r$	$r' = r$	$r' = \lvert k \rvert\, r$

L'image d'un segment est un segment. Et pour les **isométries** il est de même longueur (NB : *pour l'homothétie de rapport k, on a* $A'B' = \lvert k \rvert\, AB$)

Toutes ces transformations conservent le « **contact** » entre deux figures.