

Il est bien clair que tous les problèmes de lieux ne sont pas résolubles à l'aide d'une transformation. Mais il existe suffisamment de situations où la recherche d'un lieu se ramène à la question « Quelle est l'image par une transformation d'une figure usuelle? » pour que nous regardions de plus près comment se présentent ces situations et quels sont les repères qui permettent de les reconnaître.

**Exercice résolu 1 : Quel est l'ensemble des symétriques d'un point donné A par rapport à tous les points d'un cercle C ?**

Une figure est indispensable pour illustrer les données, se faire une idée du lieu cherché (on devine un cercle) et faciliter la recherche d'une relation entre le point M du cercle C et le symétrique M' de A par rapport à M.

Nous avons la relation  $\overrightarrow{AM'} = 2\overrightarrow{AM}$  que nous pouvons traduire en termes de transformation : M' est l'image de M par l'homothétie de centre A et de rapport 2.

En conséquence, le lieu du point M' est le cercle C' image de C par cette homothétie (son centre est le symétrique de A par rapport au centre O de C et son rayon est égal à 2R, en désignant par R le rayon de C).

**Exercice résolu 2 : Sont donnés : une droite D et deux points A et B n'appartenant pas à D. Pour tout point M de D, on considère les cercles de centre A et B passant par M; ils se recoupent en un point désignés par M'. Quel est le lieu des points M' lorsque M décrit D?**

La droite (AB) est la médiatrice de [M, M']. Cette propriété résulte des égalités  $AM = AM'$  et  $BM = BM'$  qui montrent que A et B appartiennent à la médiatrice de [M, M'] et donc que (AB) est la médiatrice de [M, M].

Traduisons en termes de transformation : M' est l'image de M par la réflexion d'axe (AB). En conséquence, le lieu des points M', lorsque M décrit D, est la droite symétrique de D par rapport à (AB) (que nous laissons construire à titre d'exercice, en faisant observer que, lorsque M est le point d'intersection de D et (AB), les deux cercles sont alors tangents et donc  $M' = M$ ).

**NB : La transformation que nous avons reconnue est définie exclusivement à l'aide d'éléments fixes de la figure.**