1S14 ~ Mathématiques ~ DS N° 3 ~ fait en classe le 6 décembre 2005 ~ 2h. ~ Dérivation et angles.

1- (1 points) Déterminer les limites suivantes : $A = \lim_{x\to 1} 2x^2 - 3$ $B = \lim_{x\to -3} \frac{x^2+2x-3}{x^2-9}$

2- (3 points) Dans chacun des trois cas suivants, donner l'ensemble de définition de la fonction f, puis le plus grand intervalle (ou réunion d'intervalles) sur lequel f soit dérivable, et enfin, pour un réel x de cet ensemble, calculer f '(x).

a- $f: x \to x^3 - 2x + 1$ b- $f : x \to \frac{2x-1}{x+2}$ c- $f : x \to 3x\sqrt{2x+1}$

3- (3 points) On se place dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$. On note C la courbe d'équation $y = 2x(x-2) + 3(x-1)$.

a- Déterminer une équation de la tangente à C au point d'abscisse 1. (NB : On ne demande aucune figure)

b- On cherche les abscisses des points de C où la tangente est parallèle à la droite d d'équation $y = 2x + 3$.

1- Quelle équation vérifient les abscisses de ces points là ? (Vous traduirez le parallélisme des deux droites par l'égalité des coefficients directeurs.)

2- Résoudre cette équation et conclure.

4- (2,5 points) En utilisant les résultats suivants (admis) : $\lim_{x\to 0} f(x)\times g(x) = \lim_{x\to 0} f(x) \times \lim_{x\to 0} g(x)$, et la définition du nombre dérivé de f en a (f est une fonction définie sur un intervalle contenant a), établir que si V est une fonction dérivable sur un intervalle I, qui ne prend pas la valeur 0 sur I, alors la fonction $\frac{1}{V}$ est dérivable sur I, et sa dérivée est $\frac{-V'}{V^2}$.

5- (2 points) On note f la fonction définie par $f(x) = (4x^2 - 1)\sqrt{2x+1}$.

a- Déterminer l'ensemble de définition de f. (on le notera Df)

b- Montrer que f est dérivable sur Df (on ne demande pas de calculer cette dérivée)

6- (1,5 points) On note f une fonction dont on ne connaît que la valeur en 0 (f(0) = 2) et sa fonction dérivée (pour $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{3(x-2)}{2x^2+1}$). Avec les données dont on dispose (et quelques explications), proposer une approximation de f(½).

7- (3 points) Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\ \vec{j}\ )$, on considère les points *A* et *B* dont les **coordonnées polaires** sont : $A(2;0)$ et $B\left(2;\frac{2\pi}{3}\right)$

On considère également le point *C* dont les **coordonnées cartésiennes** sont : $C(-\sqrt{3}\ ; -1)$

1. Préciser, sans justification les coordonnées cartésiennes de *A*.
2. Calculer les coordonnées cartésiennes de *B*.
3. Calculer les coordonnées polaires de *C*.
4. Expliquez pourquoi on est sûr qu'il existe une rotation de centre O qui transforme le point B en C ?.
5. On note r cette rotation de centre O qui transforme le point B en C. Quel est l'angle de cette rotation r ?

8- (3 points) a**)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ puis représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos 2x = \sin 3x$. (NB : Vous essaierez de rédiger par équivalences) Placer (sommairement) les points du cercle trigonométrique, associés à ces solutions et donner la liste des solutions contenues dans l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$

9- (1 point) L'affirmation « Pour que $f : x \to \sqrt{x}$ soit dérivable sur $[\alpha\ ;\ +\infty[$, il suffit que $\alpha \geq 1$ » est-elle vraie ou fausse ? Justifiez !