Lycée Saint Sernin ~ MATHÉMATIQUES

Deuxième devoir commun aux classes de 1S lundi 2 février 2004 ~ 2h

<u>Exercice 1 :</u> **(3 points)**

1) Résoudre dans R l'équation : $\sin 3x = \cos(x+\pi)$
2) Placer les solutions sur un cercle trigonométrique.
3) Expliciter les solutions dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$

<u>Exercice 2 :</u> **(4 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm)

On donne le point A de coordonnées cartésiennes $(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ et le point B tel que $AB = \sqrt{2}$ et $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}) = -\frac{7\pi}{12}$.

1) Calculer les coordonnées polaires de A. Faire une figure et placer A.
2) Prouver que $(\vec{i}, \overrightarrow{AB}) = -\frac{\pi}{4}$. Placer alors le point B sur la figure.
3) Justifier que les coordonnées cartésiennes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont (1 ; -1).
   En déduire les coordonnées cartésiennes de B.
4) Déterminer les coordonnées polaires de B. On définira $\alpha = (\vec{i}, \overrightarrow{OB})$ par son cosinus et son sinus, puis on utilisera la calculatrice pour donner une valeur approchée, en degrés, de α à 10^{-2} près.

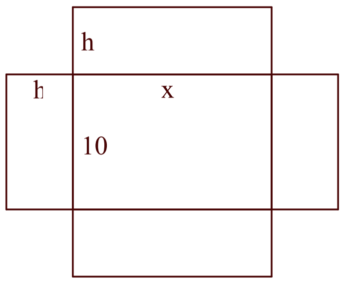
<u>Exercice 3 :</u> **(4 points)**

Un plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère la courbe *C* représentation graphique de la fonction f définie sur] – 1 ; 1 [par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ et la courbe *E* représentation graphique de la fonction g définie sur] – 1 ; 1 [par $g(x) = \frac{1}{x+1}$.

1) Démontrer que ces deux courbes se coupent en un seul point A dont vous préciserez les coordonnées.
2) a) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f et de g et en déduire f '(0) et g'(0).
   b)Que peut-on alors dire des courbes *C* et *E* au point A ?
3) Déterminer les abscisses des points de *C* où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5$.

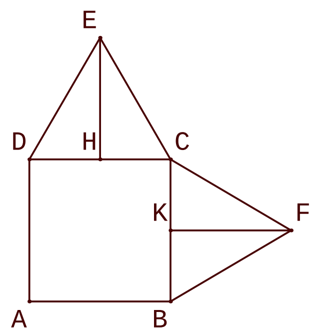
<u>Exercice 4 :</u> **(3 points)**



Une boîte en carton, sans couvercle, a le patron ci joint.
Sa base rectangulaire a pour dimensions x et 10 et pour hauteur h (exprimés en cm).

1) a) Exprimer l'aire du patron en fonction de x et de h.
   b) Exprimer le volume de la boite en fonction de x et de h.
   c) On suppose que la boite a un volume de 500 cm^3.
   Exprimer alors h en fonction de x
   et en déduire que l'expression de l'aire est $A(x) = 10\left(\frac{x^2 + 10x + 100}{x}\right)$
2) a) Etudier les variations de la fonction A sur $]0 ; +\infty[$.
   b) En déduire l'aire minimale du patron.
   c) Si le carton coûte 12 € le m^2, calculer le prix minimal de cette boîte.

<u>Exercice 5 :</u> **(4 points)**



ABCD est un carré de côté a
BCF et DCE sont deux triangles équilatéraux extérieurs au carré.
H et K sont les pieds des hauteurs issues respectivement de E et de F.
Démontrer que les droites (BE) et (AF) sont perpendiculaires en utilisant le produit scalaire.

<u>Exercice 6 :</u> **(2 points)**

On considère un segment [AB] et I est le milieu de [AB]

1) *<u>Question de cours :</u>* Démontrer que pour tout point M, $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$
2) Sachant que AB = 4 cm, déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} . \overrightarrow{MB} = 12$.
3) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, A a pour coordonnées (-1 ; 3) et B(3 ; 3), déterminer l'équation de Γ.