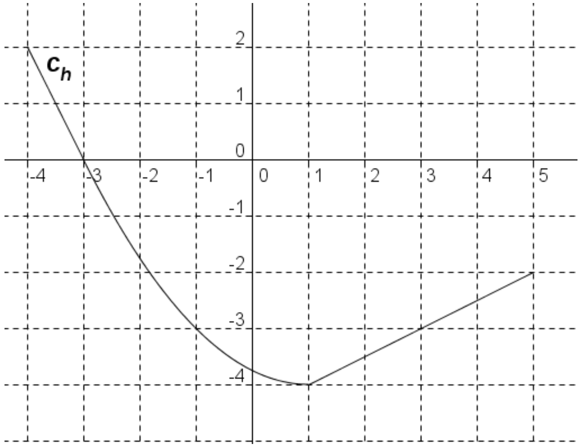
Lycée Saint Sernin ~ MATHÉMATIQUES
Premier devoir commun ~ 1ère S
16 novembre 2007 ~ 110 min

<u>Exercice 1 :</u> (2 points)

La courbe ci-contre est la représentation graphique dans un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ d'une fonction h définie sur l'intervalle [- 4 ; 5].

Donner sans justification les tableaux de variations des fonctions suivantes :

1) $f(x) = |h(x)|$
2) $g(x) = -2\, h(x)$
3) $k(x) = h(x + 2) + 1$



<u>Exercice 2 :</u> (2 points)

On donne le tableau de variations d'une fonction u définie sur l'intervalle [-3; 5].

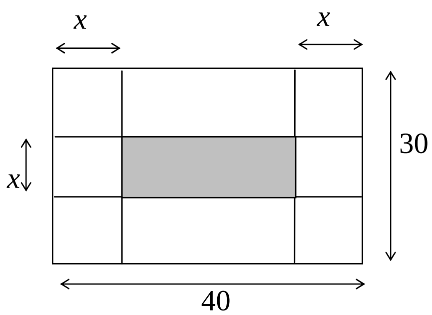
x	-3	-1	1	5
$u(x)$	5 ↘	0	↘ −4 ↗	-2

Déterminer le sens de variation sur [1 ; 5], de la fonction $f = v \circ u$ avec $v : x \mapsto x^2$.
Des justifications précises sont attendues !

<u>Exercice 3</u> : (2 points)

Une parcelle de 30 m sur 40 m est découpée de la façon suivante (voir schéma):

1) À quel intervalle I doit appartenir x pour que ce découpage soit possible ?
2) Déterminer l'expression $A(x)$ de l'aire de la partie grisée en fonction de x.
3) Montrer qu'il existe une valeur de x qui rend maximale l'aire de la partie grisée, puis calculer cette aire maximale.



<u>Exercice 4</u> : <u>Intersection de deux courbes</u> (7 points)

On considère la fonction polynôme P définie sur ℝ par $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - 9x + 1$

1. <u>Etude des racines de P</u>
  a. Vérifier que 1 est une racine de P.
  b. Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout réel x :
  $P(x) = (x - 1)(a\,x^2 + b\,x + c)$
  c. En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$
  d. Présenter dans un tableau, le signe de $P(x)$ suivant les valeurs du réel x. (Une justification claire est attendue en plus du tableau)

2. <u>Etude d'une autre fonction</u>
On considère maintenant la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$
  a. Ecrire $f(x)$ sous forme canonique, puis factoriser $f(x)$.
  b. Trouver par le calcul les abscisses des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.
  c. Dresser le tableau de variation de f. (justifier)

3. <u>Intersection des deux courbes</u>
  a. A l'aide de votre calculatrice, donner une valeur approchée des abscisses des points d'intersection des deux courbes C_f et C_P.
  b. Retrouver ce résultat par le calcul.

<u>Exercice 5</u> : (7 points)

On considère un triangle ABC.

1) a) Préciser la position du barycentre I de (A ; 1) et (B ; 2) par une expression vectorielle et placer ce point sur la figure en annexe.
b) Placer le point J défini par $3\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$, puis justifier que J est le barycentre de (A ; 4) et (C ; – 1).
c) Déterminer l'ensemble E des points M du plan qui vérifient :
$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$. (On utilisera des barycentres à préciser).

2) Soit K le barycentre de (B ; 8) et (C ; 1), démontrer que K est sur la droite (IJ).

3)
a) Placer le barycentre L de (A ; 1) et (B ; – 2).
b) Soit G le barycentre de (I ; 9) et (L ; – 1), en utilisant des propriétés du barycentre , montrer que G est le milieu de [AB].
c) Montrer que l'ensemble F des points M du plan vérifiant :
$\|9\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{ML}\| = \|4\overrightarrow{IA} + 4\overrightarrow{IB}\|$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon
(On utilisera des barycentres à préciser)