

Lycée Saint Sernin ~ MATHÉMATIQUES

Premier devoir commun aux classes de 1S

lundi 10 novembre 2003 ~ 2h

Rappels :

$$\text{aire du trapèze} = \frac{(\text{petite base} + \text{grande base}) \times \text{hauteur}}{2}$$

$$\text{La hauteur d'un triangle équilatéral de côté } a \text{ est } a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 1 : (2,5 points)

Résoudre l'inéquation $\frac{x+21}{x+1} \geq 2x$.

Exercice 2 : (4 points)

On considère un segment [A B] avec AB = 9

A tout point M du segment [A B], on associe les triangles équilatéraux AMP et MBQ situés dans le même demi plan de frontière (AB)

On pose AM = x

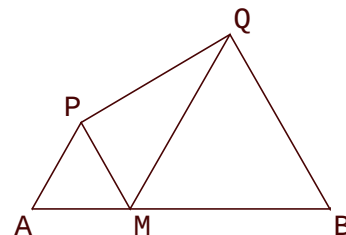
1) A quel intervalle doit appartenir x ?

2) a) Justifier que le quadrilatère APQM est un trapèze.
Calculer l'aire de APQM en fonction de x.

b) Montrer que l'aire du triangle PMQ est égale à $S(x) = -\frac{x^2\sqrt{3}}{4} + \frac{9x\sqrt{3}}{4}$

3) a) Mettre S(x) sous forme canonique.

b) En déduire la position de M sur [AB] pour que l'aire du triangle MPQ soit maximale.



Exercice 3 : (3 points)

ABC est un triangle équilatéral de côté 3 cm. Soit E le point tel que $4\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

1) Montrer que E est le barycentre des points pondérés (A,3), (B,-2) et (C,3).

2) En déduire que E appartient à la médiatrice de [AC].

3) Placer alors le point E (justifier par une égalité vectorielle) et calculer la distance BE.

Exercice 4 : (6 points)

Soit un triangle ABC, A' le milieu du segment [BC], B' le milieu du segment [AC] et C' le milieu du segment [AB].

Soit D et E les points définis par : $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Faire une figure et placer les points A', B', C', D, E

1) Montrer que D et E sont des barycentres de A et C affectés de coefficients à préciser.

(justifier un de ces deux résultats par un calcul vectoriel)

2) On considère le point F barycentre des points pondérés (A,2), (B,1), (C,2).

a) Montrer que les points B, F, B' sont alignés et placer le point F.

b) Montrer que $2\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + 2\overrightarrow{FC}$ peut s'écrire sous la forme $3\overrightarrow{FD} + 2\overrightarrow{FA'}$. En déduire que F est un barycentre de D et A'.

c) Montrer que F est aussi un barycentre de C' et E.

d) Que peut-on en déduire pour les droites (BB'), (A'D) et (C'E) ?

3) a) Montrer que les segments [AA'] et [B'C'] se coupent en leur milieu, noté G.

b) Démontrer alors que les points B, G et D sont alignés.

Exercice 5 : (4,5 points)

Soient les courbes C_f et C_g représentant les deux fonctions f et g définies sur [0 ; 3]

C_f est une ligne brisée sur [0 ; 3].

Soit $h = g \circ f$.

1) Lire f(1) puis g(1). En déduire h(1).

Lire h(0) et h(3).

2) Lire l'image de l'intervalle [0 ; 3] par f puis celui de l'intervalle [1 ; 3] par g.

En déduire que la fonction h est définie sur [0 ; 3].

3) a) Déterminer sur [1 ; 3] l'expression de f(x).

b) En déduire sur [1 ; 3] que $h = g$.

c) Préciser les variations de h sur [1 ; 3]

4) Déterminer les variations de h sur [0 ; 1].

5) Donner le tableau de variation de h sur [0 ; 3].

