1S10, Nom :	**CORRECTION**	Limites des suites ~ lundi 29 avril 2004.

NB : ne consultez la correction qu'après avoir RÉDIGÉ une réponse à chaque question. Sinon, vous perdez votre temps.

1- a est un réel, donner la définition de : $\lim U_n = a$.

Voir page 206 def 1.

2- Dans chacun des cas suivants, énoncer le théorème (relatif aux suites), qui permet d'obtenir la limite donnée.

a- $\lim \dfrac{3-4n}{1-2n} = 2$

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ telle que pour $n \in \mathbb{N}$ on a $U_n = f(n)$. Si la limite de f en $+\infty$ est un réel a alors $\lim U_n = a$

b- $\lim \dfrac{(\sin n)+n}{n} = 1$

Théorème des gendarmes (Page 207, théorème 4, le point 1 suffit). Ensuite le théorème rappelé (au a-) ci-dessus est appliqué deux fois (une fois avec $x \to (x-1) / x$ et une fois avec $x \to (x+1) / x$. Tout commence par l'encadrement : $\dfrac{n-1}{n} \leq \dfrac{(\sin n)+n}{n} \leq \dfrac{n+1}{n}$ …..

c- a_n désigne la n^{ieme} décimale de π . $\lim n^2 + 5a_n = +\infty$

Soit (U_n) et (V_n) deux suites vérifiant pour tout entier n suffisamment grand (= « au-delà d'un certain rang ») $U_n \leq V_n$. Si $\lim U_n = +\infty$ alors $\lim V_n = +\infty$ (page 208, Th 5 – 3))
(Dans cet exemple on a : $n^2 \leq n^2 + 5a_n$ car pour tout entier n on sait que a_n s'écrit avec un seul chiffre et donc a_n est supérieur ou égal à 0. Ensuite on sait que $\lim n^2 = +\infty$.

d- $\lim (0{,}999)^n = 0$ Si $q \in]-1 ; 1 [$, alors $\lim q^n = 0$

e- $\lim 2{,}3^n = +\infty$ Si $q \in] 1 ; +\infty [$, alors $\lim q^n = +\infty$

NB : il existe de nombreux autres théorèmes que vous devez être capables de reconstituer à partir des théorèmes sur les limites des fonctions !
Par exemple : Si $\lim(1 / Un) = +\infty$ alors $\lim Un = 0$. (Que pensez-vous de la réciproque ??)

NB : dans le contrôle de cette année il y aura des questions sur les 3 chapitres (Suites)