NOM	CORRECTION	1 S13 ~ Mathématiques ~ CL dérivation. 23 novembre 2006.B

Exercice 1 : Dans tout cet exercice, on note f une fonction définie sur un intervalle I. On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ et a désigne un réel de I.

Définition de « f est dérivable en a » **:[-5]**

f est dérivable en a signifie que la limite en 0 de h $\mapsto$ [f(a+h) – f(a)]/h est 0

Définition de « f est dérivable sur l'intervalle I » : **[-5]**

f est dérivable sur I signifie que, quelque soit le réel a de I, f est dérivable en a.

La dérivation permet d'obtenir l'équation d'une tangente. Décrire cette tangente et donner son équation. **[-5]**

L'équation de la tangente à Cf au point A d'abscisse a est y = f(a) + f'(a) (x-a).

La dérivation permet d'obtenir une approximation affine (et qui plus est … la meilleure !!) de certains nombres. Précisez un tel nombre et donner son approximation affine. **[-5]**

L'approximation affine du nombre f(a+h) (sous réserve que a+h $\in$ I) est f(a) + h f'(a).

Exercice 2 : Applications :

Une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 5] est telle que sa tangente au point d'abscisse 2 a pour équation y = 7 – 3x. Que peut-on en déduire pour les nombres f(2) et f '(2) ?

f(2) f '(2) **[-2] [-2]**

Ici on nous donne l'équation de la tangente à Cf au point d'abscisse a. Il est clair que f(2) = 7 – 3×2 = 1 car c'est l'ordonnée du point A qui est aussi bien sur Cf (ordonnée f(2)) que sur la tangente (ordonnée 7 – 3×2). De plus f'(2) est le coefficient directeur de cette tangente, c'est à dire f'(2) = -3.

Quelle approximation de f(2,1) peut-on en déduire ? **[-2]**

Ici a = 2 et h = 0,1. On peut appliquer la formule rappelée plus haut : f(2,1) = f(2) + 0,1×f'(2) c'est à dire 1 + 0,1 × (-3) = 0,7. On peut aussi calculer l'ordonnée du point de la tangente d'abscisse 2,1 c'est à dire 7 – 3 × 2,1 = 7 – 6,3 = 0,7. (Bien voir ce qui se passe ici !!!)

Exercice 3

Pour chacune des fonctions suivantes, préciser la dérivabilité **[-2]** et calculer f '(-1). **[-2]** (*Laisser apparents les calculs utilisés)*

a- f : x $\mapsto$ 2(3x-2)² **f est un polynôme donc dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour x réel f'(x) = 2×[2×(3)×(3x-2)] (on a reconnu successivement « kU » avec k = 2, U² avec U(x) = 3x-2.) Par suite f'(-1) = -60.**

b- f : x $\mapsto \sqrt{2-3x}$ **f(x) existe si 2-3x≥ 0 c'est à dire x ≤ 2/3 [NB : plus de la moitié de la classe se trompe ici !!!!!!!!!]. f est donc définie sur]-∞ ; 2/3]. Nous savons que la fonction radical n'est pas dérivable en 0 donc nous ne pouvons pas affirmer que f est dérivable en 2/3. Mais comme f(x) est de la forme $\sqrt{ax+b}$, on sait que f est dérivable sur]-∞ ; 2/3[. Pour x < 2/3 on a f'(x) =** $\frac{-3}{2\sqrt{2-3x}}$.

Par suite f'(-1) = $\frac{-3}{2\sqrt{5}}$.

c- f : x $\mapsto \frac{17}{1-2x^2}$. **f est défini sur $\mathbb{R}$ privé des deux racines de 1-2x², c'est à dire $\sqrt{2}$ /2 et -$\sqrt{2}$ /2. Df = $\mathbb{R}$ - {$\sqrt{2}$ /2 ; -$\sqrt{2}$ /2}. f est un quotient de polynômes donc dérivable sur tout intervalle de son ensemble de définition. Pour x $\in$ Df, on a f'(x) = 17 ×** $\frac{-(-4x)}{(1-2x^2)^2} = \frac{68x}{(1-2x^2)^2}$. **(on a reconnu « kU » avec k = 17 puis « 1/V ».) On en déduit f'(-1) = -68.**